

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Луганский государственный университет
имени Владимира Даля»
(ФГБОУ ВО «ЛГУ им. В. Даля»)

Краснодонский факультет инженерии и менеджмента (филиал)
Кафедра социально-экономических дисциплин и техносферной безопасности



УТВЕРЖДАЮ:
Директор
Панайотов К.К.

(подпись)

«21» апреля 2023 года

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ (модуля)

По дисциплине Высшая математика
(название дисциплины по учебному плану)

По направлению подготовки 20.03.01 – Техносферная безопасность
(код, название без кавычек)

Профиль подготовки Защита в чрезвычайных ситуациях

Лист согласования РПУД

Рабочая программа учебной дисциплины «Высшая математика» по направлению подготовки 20.03.01 Техносферная безопасность, профиль «Защита в чрезвычайных ситуациях» – 49 с.

Рабочая программа учебной дисциплины «Высшая математика» разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 20.03.01 Техносферная безопасность, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от «25»мая 2020 года № 680.

СОСТАВИТЕЛЬ (СОСТАВИТЕЛИ):

ст. преп. ИвановаТ.И.

(ученая степень, ученое звание, должность фамилия, инициалы)

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры социально-экономических дисциплин и техносферной безопасности «16» марта 2023 г., протокол № 8.

Заведующий кафедрой

Черная А.М.

Рекомендована на заседании учебно-методической комиссии факультета «20» марта 2023 г., протокол № 8.

Председатель учебно-методической
комиссии факультета

Замота О.Н.

Структура и содержание дисциплины

1. Цели и задачи дисциплины, ее место в учебном процессе

Дисциплина представляет собой изложение основных положений математики, необходимых для понимания и использования основных законов естественнонаучных и экономических дисциплин в профессиональной деятельности.

Цель изучения дисциплины – овладение студентами необходимым математическим аппаратом, помогающим анализировать, моделировать и решать задачи в рамках прикладных исследований.

Задачи: развитие логического и абстрактного мышления студентов; овладение студентами методами исследования и решения математических задач, выработка у студентов умения самостоятельно расширять свои математические знания и проводить математический анализ прикладных задач.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина «Высшая математика» входит в обязательную часть учебного плана.

Необходимыми условиями для освоения дисциплины являются: знание элементарной математики: алгебры, геометрии, элементарных функций и основ математического анализа; умения решать типовые задачи элементарной математики; навыки мыслительной деятельности, логического анализа, математического и геометрического мышления.

Содержание дисциплины является логическим продолжением содержания элементарной математики и служит основой для освоения следующих дисциплин: специальные инженерные дисциплины.

3. Требования к результатам освоения содержания дисциплины

Процесс изучения дисциплины «Высшая математика» направлен на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижений компетенции (по реализуемой дисциплине)	Перечень планируемых результатов
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Осуществляет поиск необходимой информации, опираясь на результаты анализа поставленной задачи	Знать: систему категорий и методов, позволяющих осуществлять поиск необходимой информации, опираясь на результаты анализа поставленной задачи. Уметь: разрабатывает варианты решения проблемной ситуации на основе критического анализа доступных источников информации. Владеть: навыками выбирать оптимальный вариант решения задачи, аргументируя свой выбор
	УК-1.2. Разрабатывает варианты решения проблемной ситуации на основе критического анализа доступных источников информации	
	УК-1.3. Выбирает оптимальный вариант решения задачи, аргументируя свой выбор	

4. Структура и содержание дисциплины

4.1. Объем учебной дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Объем часов (з.е.)		
	Очная форма	Очно-заочная форма	Заочная форма
Объем учебной дисциплины (всего)	-	-	432 (12 зач. ед)
Обязательная аудиторная учебная нагрузка дисциплины (всего) в том числе:	-	-	36
Лекции	-	-	18
Семинарские занятия	-	-	-
Практические занятия	-	-	18
Лабораторные работы	-	-	-
Курсовая работа (курсовой проект)	-	-	-
Другие формы и методы организации образовательного процесса (расчетно-графические работы, индивидуальные задания и т.п.)	-	-	-
Самостоятельная работа студента (всего)	-	-	396
Форма аттестации	-	-	зачет, экзамен

4.2. Содержание разделов дисциплины

Семестр I.

Раздел 1. Комплексные числа

Тема 1.1. Полярная система.

Тема 1.2. Комплексные числа и действия над ними.

Определения комплексных чисел, геометрическое изображение комплексного числа, действия над комплексными числами, тригонометрическая и показательная форма комплексного числа.

Раздел 2. Линейная алгебра.

Тема 2.1. Определители.

Определители II и III порядка, свойства определителей, методы вычисления определителей.

Тема 2.2. Матрицы.

Определение матриц, виды матриц, обозначение, действия над матрицами, свойства операций над матрицами, обратная матрица, ранг матрицы, базисный минор матрицы.

Тема 2.3. Системы линейных алгебраических уравнений.

Определение, виды систем, теорема Кронекера-Капелли, однородные системы, методы решения систем уравнений: матричный метод, формулы Крамера, метод Гаусса, метод Жордана-Гаусса

Раздел3. Векторная алгебра и аналитическая геометрия.

Тема 3.1. Вектора.

Определение вектора, обозначение, виды векторов, линейные операции над векторами, разложение вектора по базису, декартова прямоугольная система координат, вектор в декартовой системе координат, расстояние между двумя точками, деление отрезка в данном отношении, скалярное произведение векторов, векторное произведение векторов, смешанное произведение трех векторов

Тема 3.2. Прямая линия на плоскости и в пространстве. Плоскость.

Основные виды уравнений прямой на плоскости, приведение общего уравнения прямой к нормальному виду, расстояние от точки до прямой, основные виды уравнений плоскости, угол между двумя плоскостями, расстояние от точки до плоскости, основные виды уравнений прямой в пространстве, угол между прямыми в пространстве, точка пересечения прямой и плоскости, угол между прямой и плоскостью, условие принадлежности двух прямых плоскости.

Тема 3.3. Кривые второго порядка. Поверхности второго порядка.

Общее уравнение кривой второго порядка, эллипс, гипербола, парабола, общее уравнение поверхности второго порядка, канонические уравнения поверхности второго порядка, частные случаи уравнений поверхностей второго порядка.

Раздел4. Дифференциальное исчисление.

Тема 4.1. Предел. Непрерывность функции.

Предел последовательности, предел функции, функция, стремящаяся к бесконечности, ограниченные функции, бесконечно малые и их свойства, основные теоремы о пределах, непрерывность функции в точке.

Тема 4.2. Производная и дифференциал функции.

Определение производной. Геометрическое значение производной, правила нахождения производной,

производные элементарных функций, производная сложной функции, производная обратной функции, производная функции, заданной неявно и функции, заданной параметрически.

Тема 4.3. Исследование функции способами дифференциального исчисления.

Возрастание и убывание функции, экстремумы функции, вторая производная и точки перегиба, асимптоты графика функции, общая схема исследования функции с помощью производной, практические задачи на экстремум.

Семестр2.

Раздел 5. Интегральное исчисление функции одной переменной.

Тема 5.1. Неопределенный интеграл, методы интегрирования.

Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Табличные интегралы. Замена переменной и интегрирование по частям в неопределенном интеграле. Разложение рациональных дробей на простейшие. Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование некоторых иррациональных и трансцендентных функций.

Тема 5.2. Определенный интеграл, его приложения.

Определенный интеграл, его свойства. Формула Ньютона-Лейбница, ее применение для вычисления определенных интегралов. Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций, их основные свойства. Признаки сходимости несобственных интегралов.

Геометрические и механические приложения определенного интеграла.

Раздел 6. Математический анализ. Функции нескольких переменных.

Тема 6.1. Функции нескольких переменных, дифференциальное исчисление.

Определение функции двух переменных. Геометрическая интерпретация функции двух переменных. Линии уровня. Обобщение на функции произвольного числа переменных. Частные производные функций многих переменных и их геометрический смысл. Дифференцируемость функций многих переменных. Достаточное условие дифференцируемости. Первый дифференциал функции нескольких переменных и его применение в приближенных вычислениях. Частные производные сложной функции. Производная по направлению. Градиент функции и его свойства. Частные производные высших порядков. Формулировка теоремы о перестановке порядка дифференцирования. Дифференциалы высшего порядка. Формула Тейлора для функции нескольких переменных.

Тема 6.2. Экстремумы функций нескольких переменных.

Необходимое условие экстремума. Достаточные условия максимума и минимума. Выпуклые функции многих переменных. Теоремы об экстремумах выпуклых функций.

Условный экстремум функции многих переменных. Метод множителей Лагранжа. Геометрическая интерпретация необходимого условия локального условного экстремума. Достаточное условие локального условного экстремума. Нахождение наибольших и наименьших значений функций нескольких переменных в замкнутой ограниченной области.

Функции нескольких переменных в задачах экономики. Оптимизационные задачи на основе производственных функций. Понятие о методе наименьших квадратов.

Раздел 7. Обыкновенные дифференциальные уравнения и системы уравнений.

Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши. Существование и единственность решения задачи Коши. Классификация уравнений первого порядка.

Дифференциальные уравнения высших порядков. Уравнения, допускающие понижение порядка.

Линейные дифференциальные уравнения второго порядка. Однородные и неоднородные уравнения. Общее решение. Метод вариации постоянных. Уравнения с правой частью специального вида.

Нормальная система дифференциальных уравнений. Задача Коши для нормальной системы. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Семестр3.

Раздел 8 Кратные интегралы

Двойные и тройные интегралы. Вычисление двойных и тройных интегралов. Вычисление площади поверхности. Координаты центра тяжести площади плоской фигуры. Момент инерции и координаты центра тяжести тел.

Раздел 9. Криволинейные интегралы и интегралы по поверхности

Криволинейный интеграл и его вычисление. Формула Грина. Поверхностный интеграл и его вычисления. Формула Стокса. Формула Остроградского. Оператор Гамильтона.

Раздел 10. Ряды

Ряд. Сумма ряда. Признак Даламбера. Признак Коши. Интегральный признак сходимости ряда. Знакопеременные ряды. Знакопеременные ряды. Функциональные ряды. Степенные ряды. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение функций в ряды.

4.3. Лекции

№ п/п	Название темы	Объем часов	
		Очная форма	Заочная форма
1. Комплексные числа			2
1	Полярная система координат.		
2	Расширение понятия числа. Определение комплексных чисел.		2
3	Тригонометрическая и показательная форма комплексного числа. Переход от одной формы комплексного числа к другой.		
2. Линейная алгебра.			2
4	Определители .		1

5	Матрицы.		1
6	Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)		
7	Методы решения систем уравнений.		
3. Векторная алгебра и аналитическая геометрия.			2
8	Геометрические векторы.		2
9	Декартова прямоугольная система координат.		
10	Прямая линия на плоскости.		
11	Плоскость.		
12	Прямая в пространстве.		
13	Кривые второго порядка.		
14	Поверхности второго порядка.		
4. Дифференциальное исчисление.			
15	Предел функции. Существование и единственность предела. Свойства		
16	Определение производной и дифференциала функции.		
17	Исследование функции способами дифференциального исчисления.		
5. Интегральное исчисление функции одной переменной			2
18	Определение первообразной и ее свойства. Неопределенный интеграл. Таблица интегралов.		1
19	Методы интегрирования: замена переменной, интегрирование по частям.		
20	Интегралы от некоторых функций, содержащих квадратный трёхчлен.		
21	Интегрирование рациональных дробей		
22	Интегрирование тригонометрических функций и некоторых иррациональных.		
23	Определенный интеграл и его свойства		1
24	Определенный интеграл как функция переменной верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование заменой переменной и по частям в определенном интеграле.		
25	Несобственные интегралы		
26	Вычисление площадей, объемов, длин кривых с		

	помощью определенного интеграла. Физическое применение интеграла.		
6. Математический анализ. Функции нескольких переменных.			2
27	Основные понятия. Предел и непрерывность		
28	Частные производные и дифференциалы функции. Частные производные высших порядков		1
29	Экстремум функции многих переменных. Наибольшее и наименьшее значение функции.		1
30	Производная по направлению. Градиент функции. Дифференцирование неявных функций. Касательная плоскость.		
7. Обыкновенные дифференциальные уравнения и системы уравнений.			2
31	Основные определения. Задача Коши. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения		1
32	Линейные дифференциальные уравнения, уравнения Бернули.		1
33	Дифференциальные уравнения высших порядков. Линейные дифференциальные уравнения: однородные и неоднородные. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами.		
34	Системы дифференциальных уравнений.		
Раздел 8 Кратные интегралы			2
35	Двойные интегралы и их применение		1
36	Тройной интеграл и его применение		1
Раздел 9. Криволинейные интегралы и интегралы по поверхности			2
37	Криволинейный интеграл и его вычисления		1
38	Поверхностные интегралы. Вычисление поверхностных интегралов		1
Раздел 10. Ряды			2
39	Ряд. Сумма ряда. Сравнение рядов с положительными членами. Необходимый признак сходимости ряда		1
40	Признаки сходимости рядов		1

41, 42	Знакопеременные ряды		
43, 44	Функциональные ряды		
45, 46	Степенные ряды		
47, 48	Ряды Тейлора и Маклорена		
49, 50	Разложение функций в степенные ряды		
51	Вычисление определенных интегралов с помощью рядов		
Итого:		136	18

4.4. Практические (семинарские) занятия

№ п/п	Название темы	Объем часов	
		Очная форма	Заочная форма
1	Действия с комплексными числами		
2,3	Определители. Матрицы и действия над ними. Обратная матрица.		1
4,5	Системы линейных алгебраических уравнений. Метод Крамера, Гаусса, обратной матрицы.		1
6,7	Векторы и их применение. Произведение векторов.		1
8,9	Аналитическая геометрия на плоскости.		
10,11	Аналитическая геометрия в пространстве		1
12,13	Нахождение пределов последовательностей и функций. Раскрытие неопределенностей. Производные и дифференциалы функций, заданных явно, неявно, параметрически.		
14,15	Нахождение производных и дифференциалов. Производные и дифференциалы высших порядков		1
16,17	Исследование функций, построение графиков. Задачи на экстремумы		1
18	Определение первообразной и ее свойства. Неопределенный интеграл. Таблица интегралов.		1
19	Методы интегрирования: замена переменной, интегрирование по частям.		
20	Интегралы от некоторых функций, содержащих квадратный трёхчлен.		
21	Интегрирование рациональных дробей		
22	Интегрирование тригонометрических функций и некоторых иррациональных.		

23	Определенный интеграл и его свойства		1
24	Определенный интеграл как функция переменной верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование заменой переменной и по частям в определенном интеграле.		
25	Несобственные интегралы		
26	Вычисление площадей, объемов, длин кривых с помощью определенного интеграла. Физическое применение интеграла.		
27	Основные понятия. Предел и непрерывность		
28	Частные производные и дифференциалы функции. Частные производные высших порядков		1
29	Экстремум функции многих переменных. Наибольшее и наименьшее значение функции.		1
30	Производная по направлению. Градиент функции. Дифференцирование неявных функций. Касательная плоскость.		
31	Основные определения. Задача Коши. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения		1
32	Линейные дифференциальные уравнения, уравнения Бернули.		1
33	Дифференциальные уравнения высших порядков. Линейные дифференциальные уравнения: однородные и неоднородные. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами.		
34	Системы дифференциальных уравнений.		
35	Вычисление двойного интеграла		1
36	Вычисление тройного интеграла		
37	Применение двойных и тройных интегралов		
38	Вычисление криволинейных интегралов		1
39	Вычисление поверхностных интегралов		
39.40	Решение примеров на сходимость рядов		1
41	Знакопеременные ряды. Теорема Лейбница		1
42, 43	Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость.		
44, 45	Функциональные ряды и их области сходимости		
46, 47	Степенные ряды. Интервал сходимости		1
48,49	Примеры разложения функций в ряды		1

50,51	Вычисление определенных интегралов с помощью рядов		
Итого:			18

4.5. Лабораторные работы

Лабораторные работы по дисциплине не предусмотрены.

4.6. Самостоятельная работа студентов

№ п/п	Название темы	Вид СРС	Объем часов	
			Очная форма	Заочная форма
1	Показательная функция с комплексным показателем и ее свойства. Разложение многочлена на множители в случае комплексных корней. Интерполирование. Интерполированная формула Лагранжа. Интерполированная формула Ньютона.	конспект		22
2	Ранг матрицы. Элементарные преобразования матрицы. Теорема о ранге матрицы. Системы m линейных уравнений с n переменными. Системы линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики (балансовый анализ)	конспект, опрос		22
3	n – мерный вектор и векторное пространство. Размерность и базис векторного пространства. Переход к новому базису. Евклидово пространство. Линейные операторы. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Квадратичные формы. Линейная модель обмена.	конспект, опрос		22
4	Элементарные функции. Классификация функций. Преобразование графиков. Применение функций в экономике. Интерполирование функций. Признаки существования пределов. Задача о непрерывном начислении процентов. Зависимость между непрерывностью функции и дифференцируемостью. Производная высших порядков. Экономический смысл производной. Использование понятия производной в экономике. Правило Лопиталя. Применение производной в экономической теории.			21

5	Неопределенный интеграл. Методы вычисления неопределенного интеграла.	Конспект		21
6	Определенный интеграл и его применение.	Конспект, индивидуальное задание		21
7	Несобственный интеграл	Конспект, индивидуальное задание		21
8	Дифференциальное исчисление функций многих переменных.	Конспект, индивидуальное задание		21
9	Экстремумы функций нескольких переменных.	Конспект, индивидуальное задание		21
10	Дифференциальные уравнения первого порядка и методы их решений	Конспект		21
11	Дифференциальные уравнения высших порядков.	Конспект		21
12	Системы дифференциальных уравнений.	Конспект, индивидуальное задание		21
13	Кратные интегралы.	Выполнение домашнего задания		21
14	Криволинейные интегралы и интегралы по поверхности	Подготовка к практическому занятию		21
15	Ряды	Выполнение домашнего задания Подготовка к практическим занятиям		21
Итого:				396

4.7. Курсовые работы/проекты.

Курсовые работы по дисциплине не предусмотрены.

5. Образовательные технологии

Преподавание дисциплины ведется с применением следующих видов образовательных технологий:

– традиционные объяснительно-иллюстративные технологии, которые обеспечивают доступность учебного материала для большинства студентов, системность, отработанность организационных форм и привычных методов, относительно малые затраты времени;

– технологии проблемного обучения, направленные на развитие познавательной активности, творческой самостоятельности студентов и предполагающие последовательное и целенаправленное выдвижение перед студентом познавательных задач, разрешение которых позволяет студентам активно усваивать знания (используются поисковые методы; постановка познавательных задач);

– технологии развивающего обучения, позволяющие ориентировать учебный процесс на потенциальные возможности студентов, их реализацию и развитие;

– технологии концентрированного обучения, суть которых состоит в создании максимально близкой к естественным психологическим особенностям человеческого восприятия структуры учебного процесса и которые дают возможность глубокого и системного изучения содержания учебных дисциплин за счет объединения занятий в тематические блоки;

– технологии модульного обучения, дающие возможность обеспечения гибкости процесса обучения, адаптации его к индивидуальным потребностям и особенностям обучающихся (применяются, как правило, при самостоятельном обучении студентов по индивидуальному учебному плану);

– технологии дифференцированного обучения, обеспечивающие возможность создания оптимальных условий для развития интересов и способностей студентов, в том числе и студентов с особыми образовательными потребностями, что позволяет реализовать в культурно-образовательном пространстве университета идею создания равных возможностей для получения образования

– технологии активного (контекстного) обучения, с помощью которых осуществляется моделирование предметного, проблемного и социального содержания будущей профессиональной деятельности студентов (используются активные и интерактивные методы обучения) и т.д.

Максимальная эффективность педагогического процесса достигается путем конструирования оптимального комплекса педагогических технологий и (или) их элементов на личностно-ориентированной, деятельностной, диалогической основе и использования необходимых современных средств обучения.

6. Учебно-методическое и программно-информационное обеспечение дисциплины:

а) основная литература:

1. Киркинский А.С., Математический анализ : Учебное пособие для вузов / Киркинский А.С. - М.: Академический Проект, 2019. - 526 с. (Gaudeamus) - ISBN 978-5-8291-3040-4 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785829130404.html> (дата обращения: 02.09.2022). - Режим доступа : по подписке.

2. Максименко В.Н., Курс математического анализа : учебник / Максименко В.Н. - Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2016. (Серия "Учебники НГТУ") - ISBN 978-5-7782-2914-3 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785778229143.html> (дата обращения: 02.09.2022). - Режим доступа : по подписке.

3. Попов В.С., Линейная алгебра : учебное пособие / В.С. Попов - М. : Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2016. - 251 с. - ISBN 978-5-7038-4305-5 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785703843055.html> (дата обращения: 02.09.2022). - Режим доступа : по подписке.

4. Чеголин А.П., Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебное пособие / Чеголин А.П. - Ростов н/Д : Изд-во ЮФУ, 2015. - 150 с. - ISBN 978-5-9275-1728-2 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL :

<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785927517282.html> (дата обращения: 02.09.2022). - Режим доступа : по подписке.

б) дополнительная литература:

1. Беклемишев Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры [Текст] : учебник / Д. В. Беклемишев. - 5-е изд., перераб. - М. : Наука, 1984. - 320 с.
2. Бермант А. Ф. Краткий курс математического анализа [Текст] : учебник / А. Ф. Бермант, И. Г. Араманович. - 8-е изд., испр. и доп. - М. : Наука, 1973. - 720 с.
3. Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа [Текст] : учеб. пособие / Г. Н. Берман. - 20-е изд. - М. : Наука, 1985. - 384 с.
4. Бугров Я. С. Высшая математика. В 3 т. Дифференциальное и интегральное исчисление [Текст] : учебник для вузов / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. - 8-е изд., стер. - М. : Дрофа, 2007. - 509 с.
5. Бугров Я. С. Дифференциальное и интегральное исчисление [Текст] : учебник / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. - М. : Наука, 1984. - 432 с.
6. Грибанов В. М. Высшая математика. Курс лекций. Ч. 1 [Текст] / В. М. Грибанов, Н. М. Крамарь, О. П. Швед. - Луганск : Изд-во ВЛУ им. В. Даля, 2002. - 164 с.
7. Грибанов В. М. Высшая математика. Курс лекций. Ч. 2 [Текст] / В. М. Грибанов, Н. М. Крамарь, О. П. Швед. - Луганск : Изд-во ВЛУ им. В. Даля, 2002. - 144 с.
8. Грибанов В. М. Высшая математика. Курс лекций. Ч. 3 [Текст] / В. М. Грибанов, Н. М. Крамарь, О. П. Швед. - Луганск : Изд-во ВЛУ им. В. Даля, 2003. - 174 с.
9. Данко П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: Учеб. Пособие для вузов / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова, С. П. Данко. - 7-е изд., испр. - М. : ООО «Издательство АСТ»; ООО «Издательство «Мир и Образование», 2014. - 816 с.
10. Клетеник Д. В. Сборник задач по аналитической геометрии [Текст] : учеб. пособие для вузов / Д. В. Клетеник ; под ред. Н. В. Ефимова. - СПб. : "Специальная литература", 1998. - 200 с.
11. Кудрявцев В. А. Краткий курс высшей математики [Текст] : учеб. пособие / В. А. Кудрявцев, Б. П. Демидович. - 4-е изд., перераб. и доп. - М. : Наука, 1975. - 624 с.
12. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления: Для вузов. [Текст] : учеб. пособие / Н. С. Пискунов. - 13-е изд. - М. : Наука, 1985. - 560 с.
13. Сборник задач по математике для вузов. Ч. 1. Линейная алгебра и основы математического анализа [Текст] : учеб. пособие / под ред.: А. В. Ефимова, Б. П. Демидовича. - М. : Наука, 1981. - 464 с.
14. Сборник задач по математике для вузов. Ч. 2. Специальные разделы математического анализа [Текст] : учеб. пособие / под ред.: А. В. Ефимова, Б. П. Демидовича. - М. : Наука, 1981. - 368 с.
15. Шнейдер В. Е. Краткий курс высшей математики. В 2 т. [Текст] : учеб. пособие / В. Е. Шнейдер, А. И. Слуцкий, А. С. Шумов. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Высш. школа, 1978. - 328 с.

в) методические указания:

1. Методические рекомендации и сборник примеров для выполнения индивидуальных заданий по высшей математике. Раздел: «Линейная и векторная алгебра» для студентов инженерных, электротехнических и экономических направлений подготовки [Электронный ресурс] / сост.: В. В. Малый, Д. В. Малый, В. С. Щелоков. - Луганск : ЛНУ им. В. Даля, 2019. - 156 с.
2. Методические указания к практической работе по дисциплине «Высшая математика» [Электронный ресурс] . Ч.1 : Линейная алгебра и аналитическая геометрия / сост.: В. В. Малый, Д. В. Малый. - Луганск : ЛГУ им. В. Даля, 2015. - 82 с.
3. Методические указания к практической работе по дисциплине «Высшая математика» [Электронный ресурс] . Ч. 2 : Дифференциальное исчисление / сост.: В. В. Малый, Д. В. Малый. - Луганск : ЛГУ им. В. Даля, 2015. - 71 с.

4. Методические указания к практической работе по дисциплине “Высшая математика” [Электронный ресурс] . Ч. 3 : Интегральное исчисление / сост.: В. В. Малый, Д. В. Малый. - Луганск : ЛГУ им. В. Даля, 2015. - 70 с.

5. Методические указания к практической работе по дисциплине “Высшая математика” [Электронный ресурс] . Ч. 4 : Функции многих переменных. Дифференциальные уравнения / сост.: В. В. Малый, Д. В. Малый. - Луганск : ЛГУ им. В. Даля, 2015. - 67 с.

г) интернет-ресурсы:

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации – <https://minobrnauki.gov.ru/>

Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки – <http://obrnadzor.gov.ru/>

Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования – <http://fgosvo.ru>

Федеральный портал «Российское образование» – <http://www.edu.ru/>

Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» – <http://window.edu.ru/>

Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов – <http://fcior.edu.ru/>

Электронные библиотечные системы и ресурсы

Электронно-библиотечная система «Консультант студента» – <http://www.studentlibrary.ru/cgi-bin/mb4x>

Электронно-библиотечная система «StudMed.ru» – <https://www.studmed.ru>

Информационный ресурс библиотеки образовательной организации

Научная библиотека имени А. Н. Коняева – <http://biblio.dahluniver.ru/>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Освоение дисциплины «Математика» предполагает использование академических аудиторий, соответствующих действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.

Прочее: рабочее место преподавателя, оснащенное компьютером с доступом в Интернет.

Программное обеспечение:

Функциональное назначение	Бесплатное программное обеспечение	Ссылки
Офисный пакет	Libre Office 6.3.1	https://www.libreoffice.org/ https://ru.wikipedia.org/wiki/LibreOffice
Операционная система	UBUNTU 19.04	https://ubuntu.com/ https://ru.wikipedia.org/wiki/Ubuntu
Браузер	Firefox Mozilla	http://www.mozilla.org/ru/firefox/fx
Браузер	Opera	http://www.opera.com
Почтовый клиент	Mozilla Thunderbird	http://www.mozilla.org/ru/thunderbird
Файл-менеджер	Far Manager	http://www.farmanager.com/download.php
Архиватор	7Zip	http://www.7-zip.org/

Графический редактор	GIMP (GNU Image Manipulation Program)	http://www.gimp.org/ http://gimp.ru/viewpage.php?page_id=8 http://ru.wikipedia.org/wiki/GIMP
Редактор PDF	PDFCreator	http://www.pdfforge.org/pdfcreator
Аудиоплеер	VLC	http://www.videolan.org/vlc/

**Паспорт
фонда оценочных средств по учебной дисциплине
«Математика»**

**Перечень компетенций (элементов компетенций), формируемых в результате освоения
учебной дисциплины**

№ п/п	Код контролируемой компетенции	Формулировка контролируемой компетенции	Контролируемые темы учебной дисциплины	Этапы формирования (семестр изучения)
1	УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	Тема 1. Комплексные числа	1 (начальный)
			Тема 2. Линейная алгебра	1 (начальный)
			Тема 3. Векторная алгебра и аналитическая геометрия	1 (начальный)
			Тема 4 Дифференциальное исчисление	1 (начальный)
			Тема 5 Интегральное исчисление	2 (начальный)
			Тема 6. Математический анализ	1, 2 (начальный)
			Тема 7. Дифференциальные уравнения	2 (начальный)
			Тема 8,9. Кратные и криволинейные интегралы	3 (начальный)
			Тема 10. Ряды	3 (начальный)

**Показатели и критерии оценивания компетенций,
описание шкал оценивания**

№ п/п	Код контролируемой компетенции	Показатель оценивания (знания, умения, навыки)	Контролируемые темы учебной дисциплины	Наименование оценочного средства
1.	УК-1	Знать: систему категорий и методов, позволяющих осуществлять поиск необходимой информации, опираясь на результаты анализа поставленной задачи.	Тема 1, Тема 2, Тема 3, Тема 4, Тема 5, Тема 6, Тема 7,	Фронтальные и индивидуальные опросы; контрольные работы; домашние задания;

		Уметь: разрабатывает варианты решения проблемной ситуации на основе критического анализа доступных источников информации. Владеть: навыками выбирать оптимальный вариант решения задачи, аргументируя свой выбор	Тема 8, Тема 9, Тема 10	промежуточная аттестация (зачет/экзамен)
--	--	---	-------------------------------	--

Фонды оценочных средств по дисциплине «Математика»

Вопросы для фронтальных и индивидуальных опросов:

Тема 1. Линейная алгебра.

1. Какие системы линейных алгебраических уравнений называются определенными, неопределенными, несовместными?
2. Какой является квадратная система линейных алгебраических уравнений, если ее определитель равен нулю?
3. Какой должна быть система линейных алгебраических уравнений, чтобы ее можно было решать методом Крамера?
4. Система линейных алгебраических уравнений решается методом Гаусса. Как узнать, что она определенная, неопределенная, несовместная?
5. Что такое матрица? Какими могут быть матрицы?
6. Какие матрицы можно перемножать? Как они перемножаются?
7. Что такое определитель второго порядка?
8. Что такое определитель третьего порядка?
9. Что такое минор элемента a_{ij} определителя?
10. Что такое алгебраическое дополнение элемента a_{ij} определителя?
11. Что значит разложить определитель по элементам строки или столбца?
12. Какая матрица называется обратной по отношению к данной квадратной матрице?
13. Как записать крамеровскую систему линейных алгебраических уравнений в матричной форме?
14. Как построить обратную матрицу для данной квадратной матрицы с определителем, отличным от нуля?
15. Что такое вектор? его длина? орт вектора?
16. Сформулируйте свойства операции сложения векторов.
17. При каких условиях: 1) $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$? 2) $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| - |\vec{b}|$?
18. Какие несколько векторов называются линейно зависимыми? линейно независимыми?
19. Как геометрически располагаются пара или тройка векторов линейно зависимых векторов? линейно независимых векторов?
20. Что такое базис некоторого множества векторов? координаты вектора в выбранном базисе?
21. Сформулируйте правило сложения двух векторов, заданных разложениями в некотором базисе.
22. Сформулируйте понятие прямоугольного базиса и прямоугольной декартовой системы координат.
23. Что такое скалярное, векторное и смешанное произведение n векторов? Как их вычислять? Перечислите их свойства и геометрический смысл.

Тема 2. Аналитическая геометрия.

24. Что такое алгебраическая линия? Сформулируйте теорему об инвариантности порядка алгебраической линии.

25. Напишите равенства, выражающие условия параллельности и перпендикулярности двух прямых на плоскости.

26. Почему плоскости и только они называются поверхностями 1-го порядка?

27. Что такое эллипс? Сформулируйте свойство фокальных радиусов точки эллипса. Найдите координаты центра симметрии, полуоси.

28. Какие прямые называются асимптотами гиперболы? Напишите уравнения асимптот гиперболы $4x^2 - 9y^2 = 36$.

29. Прямая L задана уравнением с угловым коэффициентом $y = kx + b$. Поясните геометрический смысл k и b .

30. Прямые L_1 и L_2 заданы уравнениями $L_1: y = k_1x + b_1$, $L_2: y = k_2x + b_2$. Напишите условия параллельности и перпендикулярности этих прямых.

31. Как геометрически объяснить, что система уравнений

$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2 = 0 \end{cases}$$

является несовместной? совместной и неопределённой? совместной и определенной?

32. При каком условии плоскость и прямая в пространстве параллельны? перпендикулярны?

33. Напишите условие перпендикулярности прямых в пространстве.

34. Напишите общее уравнение плоскости. Каков геометрический смысл коэффициентов уравнения?

35. Напишите уравнение плоскости, проходящей через 3 заданные точки $M_1(x_1; y_1; z_1)$, $M_2(x_2; y_2; z_2)$, $M_3(x_3; y_3; z_3)$.

36. Запишите уравнение плоскости, проходящей через данную точку $M_0(x_0; y_0; z_0)$ перпендикулярно вектору $\vec{n} = (A; B; C)$.

37. Что такое эллипсоид? Какими линиями являются его сечения координатными плоскостями в прямоугольной декартовой системе координат?

38. В каком случае эллипсоид называется эллипсоидом вращения? При вращении какой фигуры и вокруг какой оси он образуется?

39. Какой симметрией обладают однополостный и двуполостный гиперболоиды, параболоиды и почему?

40. Написать уравнения линий, образующихся в сечении координатными плоскостями гиперболоидов и параболоидов, заданных каноническими уравнениями. Нарисовать эти линии.

Тема 3. Математический анализ.

41. Какое числовое множество называется ограниченным сверху?

42. Какое числовое множество называется ограниченным снизу?

43. Какое числовое множество называется ограниченным?

44. Что называется точной верхней границей числового множества?

45. Что называется точкой нижней границей числового множества?

46. Что называется модулем действительного числа?

47. При каких условиях $|x + y| = |x| + |y|$.

48. При каких условиях $|x + y| = -|x| + |y|$.

49. Напишите неравенства, связывающие модуль суммы и разности двух чисел с суммой и разностью их модулей.

50. Изобразите график функции $y = \text{sign } x$.

51. Изобразите график функции $y = [x]$ – целая часть числа.

52. Сформулируйте теорему о пределе ограниченной монотонной функции (последовательности).

53. Дайте определение понятия $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$ на языке $\delta - \varepsilon$.

54. Дайте определение понятия $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$, используя понятие бесконечно малой функции при $x \rightarrow a$.

55. Сформулируйте теорему о сжатой переменной.

56. Сформулируйте теорему о предельном переходе в неравенстве.

57. Сформулируйте теорему об ограниченности функции, имеющей предел при $x \rightarrow a$.

58. Сформулируйте теоремы о пределах суммы, произведения и частного функций.

59. Сформулируйте определение понятия $\lim_{x \rightarrow a+} f(x) = A$ на языке $\delta - \varepsilon$.

60. Сформулируйте определение понятия $\lim_{x \rightarrow a-} f(x) = A$ на языке $\delta - \varepsilon$.

61. Дайте определение понятия $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = A$.

62. Дайте определение понятия $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = A$.

63. Дайте определение понятия $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = A$.

64. Напишите первый замечательный предел и пределы, связанные с ним.

65. Напишите второй замечательный предел и пределы, связанные с ним.

66. Дайте определение понятия $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$.

67. Дайте определение понятия $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$.

68. Используя определение производной, найдите $y'(4)$, если $y = \sqrt{x}$.

69. Геометрический смысл производной. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = \arctg x$ в точке $x = 1$.

70. Найдите углы, под которыми пересекаются линии $x^2 + y^2 = 8$, $y^2 = 2x$.

71. Приведите пример функции, график которой имеет в некоторой точке вертикальную касательную.

72. Найдите $f'_-(1)$ и $f'_+(1)$, если $f(x) = |x - 1|e^x$. Существует ли $f'(1)$?

73. Найдите y'_x , если: а) $y = \ln(x + \sqrt{a^2 + x^2})$; б) $y = \arctg th(x)$.

74. Что можно сказать о дифференцируемости суммы функций $f(x) + g(x)$ в точке $x = x_0$ если, в этой точке: а) функция $f(x)$ дифференцируема, а функция $g(x)$ не дифференцируема? б) обе функции $f(x)$ и $g(x)$ не дифференцируемы?

75. Используя определение, покажите, что функция $y = x^2 - 2x$ дифференцируема в точке $x = 2$ и найдите её дифференциал в этой точке.

76. Является ли непрерывность функции в данной точке достаточным условием дифференцируемости? Ответ обосновать с помощью примера.

77. Для каких функций дифференциал равен приращению? Приведите пример.

78. Сформулируйте, в чём состоит геометрический и физический смысл дифференциала.

79. Что понимается под инвариантностью формы первого дифференциала?

80. Используя формулу для вычисления дифференциала, найдите dy , если $y = x \cdot \sin x + \cos x$.

81. Пусть $y = \sin x$, $x = \cos t$. Какие из следующих равенств справедливы: $dy|_{t=\frac{\pi}{2}} = 0$; $dy|_{t=\frac{\pi}{2}} = dx$; $dy|_{t=\frac{\pi}{2}} = -dt$?

82. Может ли существовать $f''(x_0)$, если не существует $f'(x_0)$?

83. Найдите $f^{(n)}(x)$, если $f(x) = \ln x \cdot x$.

84. Вычислите, используя правило Лопиталя:

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \cos x - \sin x}{x^3}$; б) $\lim_{x \rightarrow +0} x^{\frac{2}{4 + \ln x}}$.

85. Напишите формулу Тейлора для функции $f(x)$ с остаточным членом в форме: а) Пеано; б) Лагранжа.

86. Разложите функцию $f(x) = \ln \cos x$ по формуле Маклорена до членов с x^4 .

87. С помощью формулы Маклорена или канонических разложений получите приближённую формулу (ограничиваясь членами порядка x^2) для функций:
а) $y = \sqrt{1+x}$, $x \rightarrow 0$, $|x| < 1$; б) $y = \ln(1+3x)$, $x \rightarrow 0$, $|x| < 1/3$.

88. Найдите числа a и b такие, что $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax} - \sqrt{1+bx}}{x^2} = 1$.

89. Исследуйте функции и постройте их графики:
а) $y = \frac{(x-2)^2(x+4)}{4}$; б) $y = \frac{x}{x^2-4}$; в) $y = \sqrt[3]{1-x^2}$.

90. Какой из конусов, описанных около данного шара радиуса R , имеет наименьший объем?

91. Какая функция называется первообразной по отношению к функции $f(x)$, заданной на данном промежутке?

92. Чем отличаются две первообразные функции для одной и той же функции на одном и том же промежутке?

93. В чем состоит свойство линейности для неопределенного интеграла?

94. Запишите формулу интегрирования по частям в неопределенном интеграле.

95. Какую подстановку нужно выполнить для рационализации интеграла $\int R(\sqrt[3]{x}, \sqrt[4]{x}) dx$?

96. Укажите рационализирующую подстановку для интеграла $\int R\left(x, \sqrt[n]{\frac{\alpha x + \beta}{\gamma x + \delta}}\right) dx$.

97. Какой интеграл называется неберущимся?

98. Сформулируйте достаточное условие существования первообразной.

99. Чему равен $\int F'(x) dx$? $\int dF(x)$?

100. Чему равна производная неопределенного интеграла?

101. Покажите, что функции $F_1(x) = -\frac{1}{2}\cos 2x$; $F_2(x) = \sin^2 x$ являются первообразными одной и той же функции на числовой оси.

102. Докажите справедливость формулы для табличного интеграла $\int x^n dx$; ($n \neq -1$).

103. Докажите справедливость формулы для табличного интеграла $\int \frac{dx}{a^2+x^2}$.

104. Вычислите интеграл $\int \frac{dx}{x^2+px+q}$; ($q - \frac{p^2}{4} > 0$), сведя его к табличному.

105. Вычислите интеграл $\int \frac{dx}{x^2+px+q}$; ($q - \frac{p^2}{4} < 0$), сведя его к табличному.

106. Вычислите интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+px+q}}$, сведя его к табличному.

107. Вычислите с помощью интегрирования по частям $\int x \cdot \sin ax dx$.

108. Запишите интегральную сумму, составленную для функции $f(x)$ на промежутке $[a; b]$. Объясните смысл величин, входящих в формулу.

109. Какой геометрический смысл имеет определенный интеграл $\int_a^b f(x) dx$, где $f(x)$ - непрерывная неотрицательная функция?

110. Сформулируйте достаточные условия интегрируемости функции $f(x)$ на конечном промежутке $[a, b]$.

111. Какая функция называется интегрируемой на промежутке $[a, b]$?

112. Чему равен $\int_a^b F'(x) dx$? $\int_a^b dF(x)$?

113. Сформулируйте необходимое условие интегрируемости функции на промежутке $[a, b]$.

114. Чему равен определенный интеграл от нечетной функции по симметричному промежутку $[-a; a]$?

115. Если пределы интегрирования поменять местами, то как изменится величина интеграла? Выразите это свойство формулой.

116. Сформулируйте свойство линейности определенного интеграла.

117. Сформулируйте свойство, связывающее знаки функции и определенного интеграла на промежутке $[a, b]$.

118. Сформулируйте свойство об интегрировании неравенства между функциями на промежутке $[a, b]$.

119. Сформулируйте свойство об оценке модуля определенного интеграла.
120. Сформулируйте теорему о среднем для определенного интеграла от непрерывной функции.
121. Запишите формулу Ньютона – Лейбница.
122. Приведите геометрическую интерпретацию теоремы о среднем для определенного интеграла.
123. Что такое среднее (интегральное) значение функции $f(x)$ на промежутке $[a, b]$?
124. Сформулируйте определение несобственного интеграла 1-го рода с бесконечным верхним пределом от непрерывной функции.
125. Сформулируйте определение несобственного интеграла 1-го рода с бесконечным нижним пределом от непрерывной функции.
126. Какой несобственный интеграл называется абсолютно сходящимся?
127. Укажите, для каких значений параметра p интеграл $\int_a^{+\infty} \frac{dx}{x^p}$, ($a > 0$) является сходящимся, а для каких значений – расходящимся
128. Запишите формулы, выражающие свойство линейности для несобственного интеграла с бесконечным верхним пределом.
129. Сформулируйте признак сравнения в конечной форме на примере несобственных интегралов 1-го рода с бесконечным верхним пределом.
130. Что такое полный дифференциал функции $z = f(x, y)$?
131. Запишите формулу, определяющую частную производную функции $z = f(x, y)$ по переменной y в точке $M_0(x_0, y_0)$.
132. Какая функция двух аргументов называется дифференцируемой?
133. Запишите формулу, выражающую полный дифференциал функции $z = f(x, y)$ через её частные производные.
134. Запишите формулу, выражающую второй полный дифференциал функции $z = f(x, y)$ через её частные производные.
135. Как соотносятся между собой свойства непрерывности и дифференцируемости функции двух переменных?
136. Какая функция $z = f(x, y)$ называется непрерывной в точке $M_0(x_0, y_0)$?
137. Как определяется евклидово расстояние $\rho(M_1, M_2)$ между двумя точками $M(x_1^{(1)}, \dots, x_m^{(1)})$ и $M(x_1^{(2)}, \dots, x_m^{(2)})$ m -мерного пространства?
138. Какая точка множества E называется внутренней? граничной?
139. Что такое δ -окрестность точки $M_0(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_m^{(0)})$?
140. Какое множество E называется ограниченным? замкнутым? связным?
141. Сформулируйте определение предела функции $f(M) = f(x, y)$ в точке $M_0(x_0, y_0)$.
142. Сформулируйте теорему о равенстве вторых смешанных производных функции $z = f(x, y)$.
143. Как соотносятся между собой свойства дифференцируемости и существования первых частных производных функции $z = f(x, y)$?
144. Сформулируйте определение производной функции
145. $u = f(M) = f(x, y, z)$ по направлению вектора $\vec{l}$.
146. Запишите формулу, выражающую производную функции $u = f(x, y, z)$ по направлению вектора $\vec{l}^0 = (\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma)$ через частные производные функции u .
147. Запишите формулу, связывающую $\text{grad } u$ и производную $\frac{\partial u}{\partial l}$ в заданной точке скалярного поля u .
148. Как связаны направления наибольшего роста функции $u = f(x, y, z)$ с вектором $\text{grad } u$ в рассматриваемой точке $M(x, y, z)$?
149. Выразите $\max \frac{\partial u}{\partial l}$ и $\min \frac{\partial u}{\partial l}$ через $\text{grad } u$ в заданной точке скалярного поля u .

150. Запишите формулу для производной $\frac{\partial z}{\partial y}$ сложной функции $z = z(u, v)$, $u = u(x, y)$, $v = v(x, y)$.

151. Запишите формулу для производной $\frac{dy}{dx}$ неявной функции, заданной уравнением $F(x, y) = 0$.

152. Запишите формулы для производных $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ неявной функции, заданной уравнением: $F(x, y, z) = 0$.

153. Сформулируйте определение локального максимума (локального минимума) функции $z = f(x, y)$ в точке $M_0(x_0, y_0)$.

154. Сформулируйте необходимые условия, а также достаточные условия экстремума функции $z = f(x, y)$.

155. Сформулируйте правило отыскания наибольшего и наименьшего значений функции $z = f(x, y)$ в ограниченной замкнутой области.

156. Что такое стационарная точка функции $z = f(x, y)$?

157. Сформулируйте определение условного максимума функции $u = f(M)$ при связи $\varphi(M) = 0$ (рассмотрите случай двух или трех переменных).

158. Сформулируйте необходимые условия условного экстремума функции $u = f(M)$ при связи $\varphi(M) = 0$ по методу Лагранжа (рассмотрите случай двух или трех переменных).

159. Сформулируйте теорему Вейерштрасса об ограниченности функции, непрерывной в замкнутой ограниченной области.

160. Сформулируйте теорему Вейерштрасса о существовании наибольшего и наименьшего значений функции, непрерывной в замкнутой ограниченной области.

Тема 4. Дифференциальные уравнения.

161. Каков геометрический смысл уравнения $y' = f(x, y)$. Написать уравнение касательной к интегральной кривой уравнения $y' = x^2 y^2$ в точке $M_0(1, 2)$.

162. Дайте определение изоклины дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$. Изоклины уравнения $y' = x^2/y$ есть: А) окружности; В) прямые; С) параболы; D) гиперболы; Е) эллипсы; F) нет прав. ответа.

163. Дано уравнение $y' = x^2 - 2x + y$. Напишите уравнение линии возможных точек экстремумов его интегральных кривых. Сделайте чертёж.

164. Сформулируйте теорему Коши для уравнения $y' = f(x, y)$. Пусть Ω – область, в которой выполнены её условия этого уравнения. Какие из последующих утверждений справедливы: А) его интегральные кривые могут иметь разрывы 1-го рода в Ω ; В) интегральные кривые могут иметь угловой экстремум в Ω ; С) интегральные кривые могут пересекаться в Ω ; D) интегральные кривые могут быть прямыми линиями; Е) нет правильного утверждения? Ответ обосновать.

165. Решите задачу Коши: $(1 + y^2)dx + x y dy = 0$; $y(1) = 1$.

166. Найдите все решения уравнения $x y' = y + \sqrt{y^2 - x^2}$.

167. Найдите общие решения (интегралы) уравнений:

168. а) $x y' - 2y = x^3 \cos x$; б) $3y' + y = 1/y^2$; в) $(x^3 + x y^2)dx + (x^2 y + y^3)dy = 0$.

169. Найдите все линии, у которых отрезок касательной между точкой касания и осью абсцисс делится пополам в точке пересечения с осью ординат. Указание: Используйте уравнение касательной к кривой.

170. Сформулируйте теорему Коши для уравнения $y'' = f(x, y, y')$. Каков геометрический смысл начальных условий $y(0) = -1$, $y'(0) = 1$ для этого уравнения? Изобразите приближенно интегральную кривую в окрестности начальной точки, считая для определенности $y'' > 0$ в этой окрестности.

171. Найти значение α , при котором функция $y = x^2$ является решением уравнения $x(x - 1)y'' - (2x - 1)y' + \alpha y = 0$.

172. Дано уравнение: $y''^3 + xy'' = 2y'$. С помощью какой подстановки можно понизить его порядок? Напишите общий вид таких уравнений.

173. Найдите общие решения уравнений методом понижения порядка: а) $y'' = \ln x$; б) $y'' = \frac{y'}{x} + x$.

174. Решите задачу Коши: $yy'' = (y')^2 - (y')^3$; $y(1)=1$, $y'(1)=1$.

175. Как с помощью фундаментальной системы решений $y_1(x), \dots, y_n(x)$ записать общее решение уравнения $L[y] = 0$? Почему нулевое решение не может входить в фундаментальную систему решений уравнения $L[y] = 0$?

176. Дано уравнение: $y'' - 5y' + \alpha y = 0$. При каком значении α число 3 будет корнем его характеристического уравнения? Найти общее решение данного дифференциального уравнения при найденном значении α .

177. Линейное однородное дифференциальное уравнение 3-го порядка с постоянными коэффициентами имеет частные решения: $1, \sin 3x$. Это уравнение может иметь вид: А) $y'''' - 9y = 0$; В) $y'''' - 9y' = 0$; С) $y'''' + 9y = 0$; D) $y'''' + 9y' = 0$; Е) нет правильного ответа.

178. Решите линейное уравнение $y'' - 2y' + y = e^x/x$ методом вариации произвольных постоянных.

179. Найдите общее решение линейного неоднородного уравнения методом неопределённых коэффициентов: $y'' - y = 2e^x - x^2$.

180. Найдите частное решение линейного неоднородного уравнения $y'' + y = 4e^x$, удовлетворяющее начальным условиям $y(0)=4$, $y'(0)=-3$, методом неопределённых коэффициентов.

181. Найдите общее решение системы дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x + y, \\ \frac{dy}{dt} = 3x + 4y. \end{cases}$$

182. Точка с массой m движется прямолинейно. На неё действует сила, пропорциональная кубу времени, истекшему от момента, когда скорость была равна v (коэффициент пропорциональности равен k). Кроме того, на точку действует сила сопротивления среды, пропорциональная произведению скорости и времени (коэффициент пропорциональности равен k_1). Найдите зависимость скорости от времени. Указание: примените 2-й закон Ньютона.

Тема 5. Кратные интегралы.

183. Двойной интеграл.

184. Вычисление площадей и объемов с помощью двойных интегралов

185. Двойной интеграл в полярных координатах

186. Замена переменных в двойном интеграле

187. Вычисление площади поверхности

188. Тройной интеграл.

189. Вычисление тройного интеграла

190. Замена переменных в тройном интеграле

191. Момент инерции и координаты центра масс тела

192. Вычисление интегралов, зависящих от параметра

Тема 6. Криволинейные интегралы и интегралы по поверхности

193. Криволинейный интеграл.

194. Вычисление криволинейного интеграла

195. Формула Грина

196. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.

197. Вычисление поверхностного интеграла.

198. Формула Стокса.

199.Формула Остроградского.

200.Оператор Гамильтона.

Тема 7. Ряды

201.Ряд. Сумма ряда

202.Необходимый признак сходимости ряда

203.Сравнение рядов с положительными членами.

204.Признак Даламбера.

205.Признак Коши.

206.Интегральный признак сходимости ряда.

207.Знакопередающие ряды. Теорема Лейбница.

208.Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость.

209.Функциональные ряды.

210.Степенные ряды.

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «фронтальный и индивидуальный опрос»

Шкала оценивания	Критерий оценивания
отлично (5)	Студент глубоко и в полном объёме владеет программным материалом. Грамотно, исчерпывающе и логично его излагает в устной или письменной форме. При этом знает рекомендованную литературу, проявляет творческий подход в ответах на вопросы и правильно обосновывает принятые решения, хорошо владеет умениями и навыками при выполнении практических задач.
хорошо (4)	Студент знает программный материал, грамотно и по сути излагает его в устной или письменной форме, допуская незначительные неточности в утверждениях, трактовках, определениях и категориях или незначительное количество ошибок. При этом владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических задач.
удовлетворительно (3)	Студент знает только основной программный материал, допускает неточности, недостаточно чёткие формулировки, непоследовательность в ответах, излагаемых в устной или письменной форме. При этом недостаточно владеет умениями и навыками при выполнении практических задач. Допускает до 30% ошибок в излагаемых ответах.
неудовлетворительно (2)	Студент не знает значительной части программного материала. При этом допускает принципиальные ошибки в доказательствах, в трактовке понятий и категорий, проявляет низкую культуру знаний, не владеет основными умениями и навыками при выполнении практических задач. Студент отказывается от ответов на дополнительные вопросы

Типовые варианты контрольных работ:

Тема 1. Линейная алгебра.

Вариант № 0

1. Решить систему линейных уравнений методом Крамера

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11 \end{cases}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 6 & 10 \\ 1 & 4 & 10 & 20 \end{vmatrix}$$

3. Решить систему линейных уравнений матричным методом

$$\begin{cases} 1x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 20 \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 6 \end{cases}$$

4. Найти матрицу, обратную к данной

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 5 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9 \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 4 \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 18 \end{cases}$$

Тема 2. Аналитическая геометрия.

Вариант № 0

Даны координаты вершин пирамиды $ABCD$:

$$A = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} B = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} C = \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ -9 \end{pmatrix} D = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Найти:

- 1) длины ребер AB , AC , AD ;
- 2) угол между ребрами AB и AC ;
- 3) угол между ребром AD и основанием ABC ;
- 4) Вычислить площадь основания ABC ;
- 5) Вычислить объем пирамиды $ABCD$;
- 6) Зная объем пирамиды и площадь её основания ABC , найти высоту h пирамиды $ABCD$;
- 7) Найти уравнение плоскости основания ABC , которая проходит через точки A , B и C .
- 8) Составить канонические уравнения прямой, которая проходит через вершину D перпендикулярно к плоскости основания Q ;
- 9) Найти точку K пересечения полученной прямой с плоскостью основания Q ;
- 10) Найти расстояние от вершины D пирамиды до плоскости основания Q и сравнить полученный результат с длиной вектора DK .

Тема 3. Математический анализ («Введение в математический анализ», семестр I).

Вариант № 0

1. Найти область определения заданных функций.

$$y = \sqrt{\frac{x+2}{1-3x}} + \frac{1}{x^2}$$

$$y = \frac{\ln(1+x)}{x-1}$$

2. Найти пределы.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^5 + 2x^4 - 3x + 1}{2x^3 + 4x^2 + 3x - 8}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 7x + 3}{x^2 - 8x + 15}$$

3. Используя замечательные пределы, вычислить:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{3x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x + 3}{3x + 5} \right)^{2x+4}$$

4. Найти пределы, используя эквивалентные бесконечно малые функции.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 3x^2)}{x^3 - 5x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{5x} - 1)}{x}$$

5. Исследовать функцию на непрерывность, найти точки разрыва функции и установить их характер. Сделать схематический чертеж.

$$f(x) = 2^{\frac{1}{x-3}} + 1$$

$$\begin{cases} x + 4; & x < -1 \\ x^2 + 2; & -1 \leq x < 1 \\ 2x; & x \geq 1 \end{cases}$$

Тема 3. Математический анализ («Неопределенный интеграл», семестр 2).

Вариант № 0

1. Найти неопределенный интеграл, используя таблицу и его основные свойства.

$$\int \left(x^{3/4} + 5x\sqrt{x} + \sqrt[3]{x} - \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} \right) dx$$

$$\int \frac{4dx}{x-4}$$

2. Найти неопределенный интеграл, используя метод формирования специального выражения под знаком дифференциала.

$$\int (x^2 - 3)^4 2x dx$$

$$\int \sqrt{x^2 - 3x + 5} (2x - 3) dx$$

3. Найти неопределенный интеграл, используя метод замены переменных и метод интегрирования по частям

$$\int (4^{2x} - x^2 5^{x^3}) dx$$

$$\int \frac{\ln x}{x^2} dx$$

4. Найти неопределенный интеграл от дробно-рациональной функции

$$\int \frac{(8x^3 + 2x^2 + 4x - 1) dx}{x - 1}$$

$$\int \frac{12}{x^2 + 7x + 15} dx$$

5. Найти неопределенный интеграл от тригонометрических функций

$$\int \sin 2x \cdot \cos 4x dx$$

$$\int \cos \frac{2-5x}{3} \sin \frac{\pi}{3} dx$$

Тема 3. Математический анализ («Определенный интеграл», семестр 2).

Вариант № 0

1. Вычислить определенный интеграл:

$$\int_0^1 \frac{x^2 + 1}{(x^3 + 3x + 1)^2} dx$$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченную линиями:

$$\begin{aligned} y &= x^2, \\ y &= 2 - x^2 \end{aligned} \quad \begin{aligned} \begin{cases} x = 8\cos^3 t \\ y = 2\sin^3 t \end{cases} \\ 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2} \end{aligned} \quad \begin{aligned} \rho &= 2\cos 2\varphi. \\ 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

3. Вычислить длину дуги кривой:

$$\begin{aligned} y &= -\ln(\cos x), \\ 0 \leq x &\leq \frac{\pi}{6} \end{aligned} \quad \begin{aligned} \begin{cases} x = 3(t - \sin t) \\ y = 3(1 - \cos t) \end{cases} \\ \frac{\pi}{2} \leq t &\leq \pi \end{aligned} \quad \begin{aligned} \rho &= 2\cos \varphi, \\ 0 \leq \varphi &\leq \frac{\pi}{3}. \end{aligned}$$

4. Вычислить объем (задача а) и площадь поверхности вращения (задача б) тела, полученного вращением заданной фигуры вокруг оси Ox :

$$\text{а) } y = x^3, y = \sqrt{x}. \quad \text{б) } \begin{aligned} y &= 1 - x; \\ x &= 0; \quad x = 1 \end{aligned}$$

5. Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость

$$\int_0^{\infty} x e^{-x^2} dx$$

Тема 4. Дифференциальные уравнения.

Вариант № 0

1. Найти общее решение или решить задачу Коши для дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными:

$$xy' - y \ln y = 0$$

$$y' = 2\sqrt{y}, \\ y(0) = 1.$$

2. Найти общее решение или решить задачу Коши для однородных дифференциальных уравнений первого порядка.

$$xy^2y' - (x^3 + y^3) = 0;$$

$$ydx + 2(\sqrt{xy} - x)dy = 0 \\ y(1) = 1$$

3. Найти общие решения линейных дифференциальных уравнений первого порядка:

$$y' + \operatorname{tg} xy = -\cos x;$$

$$y' + \frac{2y}{x} = \frac{e^{-x^2}}{x}.$$

4. Найти общее решение или решить задачу Коши для дифференциальных уравнений второго порядка, допускающих понижение порядка

$$y'' - \cos 6x = \frac{2}{\sqrt{x}};$$

$$y'' - \frac{2x}{x^2 + 1}y' = 0;$$

5. Найти решения линейных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами

$$y'' + 2y' = 0;$$

$$y'' - 2y' - 3y = e^{4x};$$

Тема 5 «Кратные и криволинейные интегралы» (семестр 3)

В примерах выполнить следующие задания:

1. Изменить порядок интегрирования.
2. Вычислить.
3. Вычислить.
4. Вычислить.
5. Вычислить.
6. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями.
7. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями.
8. Пластина D задана ограничивающими ее кривыми, μ – поверхностная плотность. Найти массу пластинки.
9. Пластина D задана неравенствами, μ – поверхностная плотность. Найти массу пластинки.
10. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.
11. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.
12. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.
13. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.
14. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.
15. Найти объем тела, заданного неравенствами.

16. Тело V задано ограничивающими поверхностями, μ – плотность. Найти массу тела.

№ 1

1. $\int_{-2}^{-1} dy \int_{-\sqrt{2+y}}^0 f dx + \int_{-1}^0 dy \int_{-\sqrt{-y}}^0 f dx$, 2. $\iint_D (12x^2y^2 + 16x^3y^3) dx dy$, $D: x=1, y=x^2, y=-\sqrt{x}$.
3. $\iint_D ye^{xy/2} dx dy$, $D: y=\ln 2, y=\ln 3, x=2, x=4$; 4. $\iiint_V 2y^2 e^{xy} dx dy dz$, $V: \begin{cases} x=0, y=1, y=x, \\ z=0, z=1. \end{cases}$
5. $\iiint_V x dx dy dz$, $V: \begin{cases} y=10x, y=0, x=1, \\ z=xy, z=0. \end{cases}$ 6. $y=3/x, y=4e^x, y=3, y=4$.
7. $y^2 - 2y + x^2 = 0, y^2 - 4y + x^2 = 0, y=x/\sqrt{3}, y=\sqrt{3}x$.
8. $D: x=1, y=0, y^2=4x(y \geq 0); \mu=7x^2+y$. 9. $D: x^2 + y^2/4 \leq 1; \mu=y^2$.
10. $y=16\sqrt{2x}, y=\sqrt{2x}, z=0, x+z=2$. 11. $x^2 + y^2 = 2y, z=5/4 - x^2, z=0$.
12. $y=5x^2+2, y=7, z=3y^2-7x^2-2, z=3y^2-7x^2-5$. 13. $z=\sqrt{9-x^2-y^2}, 9z/2=x^2+y^2$.
14. $z=2-12(x^2+y^2), z=24x+2$. 15. $1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 49$,
 $-\sqrt{\frac{x^2+y^2}{35}} \leq z \leq \sqrt{\frac{x^2+y^2}{3}}, -x \leq y \leq 0$.
16. $64(x^2+y^2)=z^2, x^2+y^2=4, y=0, z=0(y \geq 0, z \geq 0), \mu=5(x^2+y^2)/4$.

№ 2

1. $\int_0^1 dy \int_{-\sqrt{y}}^0 f dx + \int_1^{\sqrt{2}} dy \int_{-\sqrt{2-y^2}}^0 f dx$, 2. $\iint_D (9x^2y^2 + 48x^3y^3) dx dy$, $D: x=1, y=-x^2, y=\sqrt{x}$.
3. $\iint_D y^2 \sin \frac{xy}{2} dx dy$, $D: y=\sqrt{\pi}, y=\frac{x}{2}, x=0$; 4. $\iiint_V x^2 z \sin(xyz) dx dy dz$, $V: \begin{cases} x=2, y=\pi, z=1, \\ x=0, y=0, z=0. \end{cases}$
5. $\iiint_V \frac{1}{\left(1+\frac{x}{3}+\frac{y}{4}+\frac{z}{8}\right)^4} dx dy dz$, $V: \begin{cases} \frac{x}{3}+\frac{y}{4}+\frac{z}{8}=1, \\ x=0, y=0, z=0. \end{cases}$ 6. $x=\sqrt{36-y^2}, x=6-\sqrt{36-y^2}$.
7. $x^2-4x+y^2=0, x^2-8x+y^2=0, y=x/\sqrt{3}, y=0$.
8. $D: x^2+y^2=1, x^2+y^2=4, x=0$,
 $y=0(x \geq 0, y \geq 0); \mu=(x+y)/(x^2+y^2)$. 9. $D: 1 \leq x^2/9 + y^2/4 \leq 2; y \leq \frac{2}{3}x, \mu=y/x$.
10. $y=5\sqrt{x}, y=5x/3, z=0, z=5+5\sqrt{x}/3$. 11. $x^2+y^2=y, x^2+y^2=4y, z=\sqrt{x^2+y^2}, z=0$.
12. $y=5x^2-2, y=-4x^2+7, z=4+9x^2+5y^2, z=-1+9x^2+5y^2$.
13. $z=15\sqrt{x^2+y^2}/2, z=17/2-x^2-y^2$.
14. $z=10((x-1)^2+y^2)+1, z=21-20x$. 15. $4 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 64$,
 $\sqrt{\frac{x^2+y^2}{15}} \leq z \leq \sqrt{\frac{x^2+y^2}{3}}, -\sqrt{3}x \leq y \leq 0$.
16. $x^2+y^2+z^2=4, x^2+y^2=1, (x^2+y^2 \leq 1), x=0(x \geq 0), \mu=4|z|$.

№ 3

1. $\int_0^1 dy \int_0^y f dx + \int_1^{\sqrt{2}} dy \int_0^{\sqrt{2-y^2}} f dx$, 2. $\iint_D (36x^2y^2 - 96x^3y^3) dx dy$, $D: x=1, y=-x^3, y=\sqrt[3]{x}$.
3. $\iint_D y \cos xy dx dy$, $D: y=\pi/2, y=\pi, x=1, x=2$; 4. $\iiint_V y^2 \operatorname{ch}(2xy) dx dy dz$, $V: \begin{cases} x=0, y=-2, y=4x, \\ z=0, z=2. \end{cases}$
5. $\iiint_V 15(y^2 + z^2) dx dy dz$, $V: \begin{cases} z=x+y, x+y=1, \\ x=0, y=0, z=0. \end{cases}$ 6. $x^2 + y^2 = 72, 6y = -x^2 (y \leq 0)$.
7. $y^2 - 6y + x^2 = 0, y^2 - 8y + x^2 = 0, y = x/\sqrt{3}, y = \sqrt{3}x$.
8. $D: x=1, y=0, y^2 = 4x (y \geq 0); \mu = 7x^2/2 + 5y$. 9. $D: x^2/9 + y^2/25 \leq 1, y \geq 0; \mu = x^2y$.
10. $x^2 + y^2 = 2, y = \sqrt{x}, y=0, z=0, z=15x$. 11. $x^2 + y^2 = 8\sqrt{2}x, z = x^2 + y^2 - 64, z=0 (z \geq 0)$.
12. $x = -5y^2 + 2, x = -3, z = 3x^2 + y^2 + 1, z = 3x^2 + y^2 - 5$.
13. $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}, z = \sqrt{(x^2 + y^2)/255}$.
15. $4 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 64,$
 $z \leq \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{3}}, -x/\sqrt{3} \leq y \leq 0.$
16. $x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 2z, x=0, y=0, z=0 (y \geq 0, x \geq 0), \mu = 10x$.

№ 4

1. $\int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{y}} f dx + \int_1^2 dy \int_0^{\sqrt{2-y}} f dx$, 2. $\iint_D (18x^2y^2 + 32x^3y^3) dx dy$, $D: x=1, y=x^3, y=-\sqrt[3]{x}$.
3. $\iint_D y^2 e^{-xy/4} dx dy$, $D: x=0, y=2, y=x$; 4. $\iiint_V 8y^2 z e^{2xyz} dx dy dz$, $V: \begin{cases} x=-1, y=2, z=1, \\ x=0, y=0, z=0. \end{cases}$
5. $\iiint_V (3x + 4y) dx dy dz$, $V: \begin{cases} y=x, y=0, x=1, \\ z=5(x^2 + y^2), z=0. \end{cases}$ 6. $x = 8 - y^2, x = -2y$.
7. $x^2 - 2x + y^2 = 0, x^2 - 4x + y^2 = 0, y = x, y = 0$.
8. $D: x^2 + y^2 = 9, x^2 + y^2 = 16, x=0, y=0 (x \geq 0, y \geq 0); \mu = (2x + 5y)/(x^2 + y^2)$.
9. $D: x^2/9 + y^2/25 \leq 1, y \geq 0; \mu = 7x^2y/18$.
10. $x + y = 2, y = \sqrt{x}, z = 12y, z = 0$. 11. $x^2 + y^2 + 4x = 0, z = 8 - y^2, z = 0$.
12. $x = 2y^2 - 3, x = -7y^2 + 6, z = 1 + \sqrt{x^2 + 16y^2}, z = -3 + \sqrt{x^2 + 16y^2}$.
13. $z = \sqrt{64 - x^2 - y^2}, z = 1, x^2 + y^2 = 60$ (внутри цилиндра).
15. $4 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 36,$
 $z \geq -\sqrt{\frac{x^2 + y^2}{63}}, 0 \leq y \leq -x/\sqrt{3}.$
14. $z = 2 - 20((x+1)^2 + y^2), z = -40x - 38$.
16. $x^2 + y^2 = \frac{16}{49}z^2, x^2 + y^2 = \frac{4}{7}z, x=0, y=0 (y \geq 0, x \geq 0), \mu = 80yz$.

№ 5

1. $\int_{-\sqrt{2}}^{-1} dx \int_{-\sqrt{2-x^2}}^0 f dy + \int_{-1}^0 dx \int_x^0 f dy$; 2. $\iint_D (27x^2y^2 + 48x^3y^3) dx dy$, $D: x=1, y=x^2, y=-\sqrt[3]{x}$.
 3. $\iint_D y \sin xy dx dy$, $D: y=\pi/2, y=\pi, x=1, x=2$; 4. $\iiint_V x^2 \operatorname{sh}(3xy) dx dy dz$, $V: \begin{cases} x=1, y=2x, y=0, \\ z=0, z=36. \end{cases}$
 5. $\iiint_V (1+2x^3) dx dy dz$, $V: \begin{cases} y=9x, y=0, x=1, \\ z=\sqrt{xy}, z=0. \end{cases}$ 6. $y=3/x, y=8e^x, y=3, y=8$.
 7. $y^2-8y+x^2=0, y^2-10y+x^2=0, y=x/\sqrt{3}, y=\sqrt{3}x$.
 8. $D: x=2, y=0, y^2=2x(y \geq 0); \mu=7x^2/8+2y$.
 9. $D: 1 \leq x^2/4 + y^2 \leq 4, y \geq 0, y \leq x/2; \mu=8y/x^3$.
 10. $x=20\sqrt{2y}, x=5\sqrt{2y}, z=0, z+y=1/2$.
 11. $x^2+y^2=6x, x^2+y^2=9x, z=\sqrt{x^2+y^2}, y=0(y \leq 0), z=0$.
 12. $y=-6x^2+8, y=2, z=x-x^2-y^2-1, z=x-x^2-y^2-5$.
 13. $z=\sqrt{\frac{16}{9}-x^2-y^2}, 2z=x^2+y^2$.
 14. $z=4-14(x^2+y^2), z=4-28x$.
 15. $1 \leq x^2+y^2+z^2 \leq 36,$
 $z \geq \sqrt{\frac{x^2+y^2}{99}}, -\sqrt{3}x \leq y \leq \sqrt{3}x.$
 16. $x^2+y^2+z^2=1, x^2+y^2=4z^2, x=0, y=0, (x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0), \mu=20z$.
- № 6**
1. $\int_0^{1/\sqrt{2}} dy \int_0^{\arcsin y} f dx + \int_{1/\sqrt{2}}^1 dy \int_0^{\arccos y} f dx$; 2. $\iint_D (18x^2y^2 + 32x^3y^3) dx dy$, $D: x=1, y=-x^2, y=\sqrt[3]{x}$.
 3. $\iint_D y^2 \cos \frac{xy}{2} dx dy$, $D: x=0, y=x/2, y=\sqrt{\frac{\pi}{2}}$; 4. $\iiint_V y^2 z \cos xyz dx dy dz$, $V: \begin{cases} x=1, y=\pi, z=2, \\ x=0, y=0, z=0. \end{cases}$
 5. $\iiint_V (27+54y^3) dx dy dz$, $V: \begin{cases} y=x, y=0, x=1, \\ z=\sqrt{xy}, z=0. \end{cases}$ 6. $y=\sqrt{x}/2, y=\frac{1}{2x}, x=16$.
 7. $x^2-4x+y^2=0, x^2-8x+y^2=0, y=0, y=x$.
 8. $D: x^2+y^2=1, x^2+y^2=16, x=0, y=0(x \geq 0, y \geq 0); \mu=(x+y)/(x^2+y^2)$.
 9. $D: x^2/9 + y^2 \leq 1, x \geq 0; \mu=7xy^6$.
 10. $x=5\sqrt{y}/2, x=5y/6, z=0, z=\frac{5}{6}(3+\sqrt{y})$ 11. $x^2+y^2=6\sqrt{2}y, z=x^2+y^2-36, z=0(z \geq 0)$.
 12. $y=5x^2-1, y=-3x^2+1, z=-2+\sqrt{3x^2+y^2}, z=-5+\sqrt{3x^2+y^2}$.
 13. $z=3\sqrt{x^2+y^2}, z=10-x^2-y^2$.
 14. $z=28((x+1)^2+y^2)+3, z=56x+59$.
 15. $25 \leq x^2+y^2+z^2 \leq 100,$
 $z \leq -\sqrt{\frac{x^2+y^2}{99}}, \sqrt{3}x \leq y \leq -\sqrt{3}x.$
 16. $36(x^2+y^2)=z^2, x^2+y^2=1, x=0, z=0(x \geq 0, z \geq 0), \mu=\frac{5}{6}(x^2+y^2)$

№ 7

1. $\int_{-2}^{-1} dy \int_0^{\sqrt{2+y}} f dx + \int_{-1}^0 dy \int_0^{\sqrt{-y}} f dx$; 2. $\iint_D (18x^2y^2 + 32x^3y^3) dx dy$, $D: x=1, y=x^3, y=-\sqrt{x}$.
3. $\iint_D 4ye^{2xy} dx dy$, $D: y=\ln 3, y=\ln 4, x=\frac{1}{2}, x=1$;
4. $\iiint_V y^2 \cos\left(\frac{\pi}{4}xy\right) dx dy dz$, $V: \begin{cases} x=0, y=-1, y=x/2, \\ z=0, z=-\pi^2. \end{cases}$
5. $\iiint_V y dx dy dz$, $V: \begin{cases} y=15x, y=0, x=1, \\ z=xy, z=0. \end{cases}$ 6. $x=5-y^2, x=-4y$.
7. $y^2 - 4y + x^2 = 0, y^2 - 6y + x^2 = 0, y=x, x=0$.
8. $D: x=2, y=0, y^2 = x/2 (y \geq 0); \mu = 7x^2/2 + 6y$. 9. $D: x^2/4 + y^2 \leq 1; \mu = 4y^4$.
10. $x^2 + y^2 = 2, x=\sqrt{y}, x=0, z=0, z=30y$. 11. $x^2 + y^2 = 2y, z=9/4 - x^2, z=0$.
12. $x=5y^2 - 9, x=-4, z=x^2 + 4x - y^2 - 4, z=x^2 + 4y - y^2 + 2$.
13. $z=\sqrt{25-x^2-y^2}, z=\sqrt{(x^2+y^2)/99}$.
14. $z=32(x^2+y^2)+3, z=3-64x$. 15. $1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 49$,
 $0 \leq z \leq \sqrt{\frac{x^2+y^2}{24}}, y \leq -x/\sqrt{3}, y \leq -\sqrt{3}x$.
16. $(x^2 + y^2 + z^2) = 16, x^2 + y^2 = 4, (x^2 + y^2 \leq 4), \mu = 2|z|$.

№ 8

1. $\int_0^1 dy \int_{-\sqrt{y}}^0 f dx + \int_1^e dy \int_{-1}^{-\ln y} f dx$; 2. $\iint_D (27x^2y^2 + 48x^3y^3) dx dy$, $D: x=1, y=-x^3, y=\sqrt{x}$.
3. $\iint_D 4y^2 \sin xy dx dy$, $D: x=0, y=\sqrt{\frac{\pi}{2}}, y=x$; 4. $\iiint_V x^2 z \sin \frac{xyz}{4} dx dy dz$, $V: \begin{cases} x=1, y=2\pi, z=4, \\ x=0, y=0, z=0. \end{cases}$
5. $\iiint_V \frac{1}{\left(1 + \frac{x}{16} + \frac{y}{8} + \frac{z}{3}\right)^5} dx dy dz$, $V: \begin{cases} \frac{x}{16} + \frac{y}{8} + \frac{z}{3} = 1, \\ x=0, y=0, z=0. \end{cases}$ 6. $x^2 + y^2 = 12, -\sqrt{6}y = x^2 (y \leq 0)$.
7. $x^2 - 2x + y^2 = 0, x^2 - 10x + y^2 = 0, y=0, y=\sqrt{3}x$.
8. $D: x^2 + y^2 = 4, x^2 + y^2 = 25, x=0, y=0 (x \geq 0, y \leq 0); \mu = (2x - 3y)/(x^2 + y^2)$.
9. $D: 1 \leq x^2/4 + y^2/9 \leq 4, x \geq 0, y \geq 3x/2; \mu = x/y$.
10. $x+y=2, x=\sqrt{y}, z=0, z=12x/5$. 11. $x^2 + y^2 = 2y, x^2 + y^2 = 5y, z=\sqrt{x^2 + y^2}, z=0$.
12. $y=6x^2 - 1, y=5, z=2x^2 + x - y^2, z=2x^2 + x - y^2 + 4$.
13. $z=\sqrt{100-x^2-y^2}, z=6, x^2 + y^2 = 51$ (внутри цилиндра).
14. $z=4-6((x-1)^2 + y^2), z=12x-8$. 15. $25 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 121$,
 $-\sqrt{\frac{x^2+y^2}{24}} \leq z \leq 0, y \geq -x\sqrt{3}, y \geq -\sqrt{3}x$.
16. $(x^2 + y^2) = 4, x^2 + y^2 = 8z, x=0, y=0, z=0 (y \geq 0, x \geq 0), \mu = 5x$.

№ 9

1. $\int_{-\sqrt{2}}^{-1} dx \int_0^{\sqrt{2-x^2}} f dy + \int_{-1}^0 dx \int_0^{x^2} f dy$, 2. $\iint_D (4xy + 3x^2 y^2) dx dy$, $D: x=1, y=x^2, y=-\sqrt{x}$.
3. $\iint_D y \cos 2xy dx dy$, $D: y=\pi/2, y=\pi, x=1/2, x=1$; 4. $\iiint_V y^2 e^{-xy} dx dy dz$, $V: \begin{cases} x=0, y=-2, y=4x, \\ z=0, z=1. \end{cases}$
5. $\iiint_V (3x^2 + y^2) dx dy dz$, $V: \begin{cases} z=10y, x+y=1, \\ x=0, y=0, z=0. \end{cases}$ 6. $y=\sqrt{12-x^2}, y=2\sqrt{3}-\sqrt{12-x^2}, x=0 (x \geq 0)$.
7. $y^2 - 6y + x^2 = 0, y^2 - 10y + x^2 = 0, y=x, x=0$.
8. $D: x=1, y=0, y^2 = 4x (y \geq 0); \mu = x + 3y^2$.
9. $D: 1 \leq x^2/16 + y^2/4 \leq 4, x \geq 0, y \geq x/2; \mu = x/y$.
10. $y=17\sqrt{2x}, y=2\sqrt{2x}, z=0, x+z=1/2$. 11. $x^2 + y^2 + 2\sqrt{2y} = 0, z = x^2 + y^2 - 4, z=0 (z \geq 0)$.
12. $x=5y^2-1, x=-3y^2+1, z=2-\sqrt{x^2+6y^2}, z=-1-\sqrt{x^2+6y^2}$.
13. $z=21\sqrt{x^2+y^2}/2, z=23/2-x^2-y^2$.
14. $z=2-4(x^2+y^2), z=8x+2$. 15. $4 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 64,$
 $-\sqrt{\frac{x^2+y^2}{35}} \leq z \leq \sqrt{\frac{x^2+y^2}{3}}, x \leq y \leq 0$.
16. $(x^2 + y^2) = \frac{4}{25} z^2, x^2 + y^2 = \frac{2}{5} z, y=0, x=0 (y \geq 0, x \geq 0), \mu = 28xz$.

№ 10

1. $\int_{-2}^{-\sqrt{3}} dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^0 f dy + \int_{-\sqrt{3}}^0 dx \int_{\sqrt{4-x^2}-2}^0 f dy$; 2. $\iint_D (12xy + 9x^2 y^2) dx dy$, $D: x=1, y=-x^2, y=\sqrt{x}$.
3. $\iint_D y^2 e^{-xy/8} dx dy$, $D: y=2, x=0, y=x/2$; 4. $\iiint_V 2y^2 z e^{xyz} dx dy dz$, $V: \begin{cases} x=1, y=1, z=1, \\ x=0, y=0, z=0. \end{cases}$
5. $\iiint_V (15x + 30z) dx dy dz$, $V: \begin{cases} z=x^2+3y^2, z=0, \\ y=x, y=0, x=1. \end{cases}$ 6. $y=\frac{3}{2}\sqrt{x}, y=\frac{3}{2x}, x=9$.
7. $x^2 - 2x + y^2 = 0, x^2 - 4x + y^2 = 0, y=x/\sqrt{3}, y=\sqrt{3}x$.
8. $D: x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 9, x=0, y=0 (x \geq 0, y \leq 0); \mu = (x-y)/(x^2 + y^2)$.
9. $D: x^2/4 + y^2/9 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0; \mu = x^3 y$.
10. $y=5\sqrt{x}/3, y=5x/9, z=0, z=5(3+\sqrt{x})/9$. 11. $x^2 + y^2 = 2x, z=10-y^2, z=0$.
12. $x=-3y^2+7, x=4, z=2+\sqrt{6x^2+y^2}, z=3+\sqrt{6x^2+y^2}$. 13. $z=\sqrt{16-x^2-y^2}, 6z=x^2+y^2$.
14. $z=22((x-1)^2 + y^2) + 3, z=47-44x$. 15. $16 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 100,$
 $\sqrt{\frac{x^2+y^2}{15}} \leq z \leq \sqrt{\frac{x^2+y^2}{3}}, \sqrt{3}x \leq y \leq 0$.
16. $(x^2 + y^2 + z^2) = 4, x^2 + y^2 = z^2, y=0, x=0 (x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0), \mu = 6z$.

Тема 6. Контрольная работа 10.

Вариант № 1.

1. Решить вопрос о сходимости числового ряда:

а) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+1}{2^n (n-1)!}$

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \left(\frac{n}{n+1} \right)^n$

в) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2(3n+1)}$

2. Выяснить вопрос о сходимости ряда (сходится абсолютно, условно или расходится):

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+1}{n(n+1)}$$

3. Найти радиус сходимости функционального ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+x)^n}{n^n}$$

4. Вычислить с точностью до 0,001 интеграл

$$\int_0^1 \cos x^2 dx$$

Вариант № 2.

1. Решить вопрос о сходимости числового ряда:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}(n^3+3)}{(n+1)!}$

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{2n+5} \right)^n$

в) $\sum_{n=4}^{\infty} \frac{1}{(3n-6)\sqrt{\ln(n-2)}}$

2. Выяснить вопрос о сходимости ряда (сходится абсолютно, условно или расходится):

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(n+1)2^{2n}}$$

3. Найти радиус сходимости функционального ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n} x^{4n}$$

4. Вычислить с точностью до 0,001 интеграл

$$\int_0^{0,1} \sin(100x^2) dx$$

Вариант № 3.

1. Решить вопрос о сходимости числового ряда:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(n+2)!}$

$$\text{б)} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{3n+5} \right)^n$$

$$\text{в)} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)\ln(2n-1)}$$

2. Выяснить вопрос о сходимости ряда (сходится абсолютно, условно или расходится):

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(n+1)\left(\frac{3}{2}\right)^n}$$

3. Найти радиус сходимости функционального ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} 2^n x^n$$

4. Вычислить с точностью до 0,001 интеграл

$$\int_0^{0,2} e^{-3x^2} dx$$

Вариант № 4.

1. Решить вопрос о сходимости числового ряда:

$$\text{а)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^{2n}}{(2n-1)!}$$

$$\text{б)} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n-1}{4n+2} \right)^n$$

$$\text{в)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^3+2}$$

2. Выяснить вопрос о сходимости ряда (сходится абсолютно, условно или расходится):

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left(\frac{n}{2n+1} \right)^n$$

3. Найти радиус сходимости функционального ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{n}$$

4. Вычислить с точностью до 0,001 интеграл

$$\int_0^{0,5} \frac{dx}{\sqrt[4]{1+x^4}}$$

Вариант № 5.

1. Решить вопрос о сходимости числового ряда:

$$\text{а)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(n+2)4^n}$$

$$\text{б)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^n}$$

$$\text{в)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 1}{n^3}$$

2. Выяснить вопрос о сходимости ряда (сходится абсолютно, условно или расходится):

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln(2n)}$$

3. Найти радиус сходимости функционального ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5}{3}\right)^n \frac{1}{\sqrt{n}} x^{2n}$$

4. Вычислить с точностью до 0,001 интеграл

$$\int_0^{0,2} \frac{1 - e^{-x}}{x} dx$$

Вариант № 6.

1. Решить вопрос о сходимости числового ряда:

$$\text{а)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n+2)!}{10^n n^2}$$

$$\text{б)} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n}\right)^n \frac{1}{5^n}$$

$$\text{в)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 2}$$

2. Выяснить вопрос о сходимости ряда (сходится абсолютно, условно или расходится):

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n-1}{3n}$$

3. Найти радиус сходимости функционального ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6^n}{n} x^{2n}$$

4. Вычислить с точностью до 0,001 интеграл

$$\int_0^{0,1} \frac{\ln(1+2x)}{x} dx$$

Вариант № 7.

1. Решить вопрос о сходимости числового ряда:

$$\text{а)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6^n (n^2 - 1)}{n!}$$

$$\text{б)} \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} \frac{1}{4^n}$$

$$\text{в)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1}$$

2. Выяснить вопрос о сходимости ряда (сходится абсолютно, условно или расходится):

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)2^{2n+1}}$$

3. Найти радиус сходимости функционального ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} 3^{2n} x^n$$

4. Вычислить с точностью до 0,001 интеграл

$$\int_0^{0.5} \frac{dx}{\sqrt[3]{1+x^3}}$$

Вариант № 8.

1. Решить вопрос о сходимости числового ряда:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(3n)!}$

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n+1} \right)^{2n}$

в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{\ln^3 n}}$

2. Выяснить вопрос о сходимости ряда (сходится абсолютно, условно или расходится):

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{\sqrt{n^3}}$$

3. Найти радиус сходимости функционального ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{(2n+1)3^n}$$

4. Вычислить с точностью до 0,001 интеграл

$$\int_0^1 \sin x^2 dx$$

Вариант № 9.

1. Решить вопрос о сходимости числового ряда:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n (n+1)!}{(2n)!}$

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n+2}}{5^n}$

в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^4 + 1}$

2. Выяснить вопрос о сходимости ряда (сходится абсолютно, условно или расходится):

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n!}$$

3. Найти радиус сходимости функционального ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{(2n+1)3^n}$$

4. Вычислить с точностью до 0,001 интеграл

$$\int_0^{0,5} \cos(4x^2) dx$$

Вариант № 10.

1. Решить вопрос о сходимости числового ряда:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 4 \cdot 7 \dots (3n-2)}{2^{n+1} n!}$

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n} \right)^{n^2} \frac{1}{2^n}$

в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 - 3}{n^5}$

2. Выяснить вопрос о сходимости ряда (сходится абсолютно, условно или расходится):

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{2n-1}}$$

3. Найти радиус сходимости функционального ряда:

$$\sum_{n=5}^{\infty} \frac{1}{2^n (x+2)^n}$$

4. Вычислить с точностью до 0,001 интеграл

$$\int_0^{0,3} e^{-2x^2} dx$$

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «контрольная работа»

Шкала оценивания	Критерий оценивания
5	Контрольная работа выполнена на высоком уровне (правильные ответы даны на 90-100% вопросов/задач)
4	Контрольная работа выполнена на среднем уровне (правильные ответы даны на 75-89% вопросов/задач)
3	Контрольная работа выполнена на низком уровне (правильные ответы даны на 50-74% вопросов/задач)
2	Контрольная работа выполнена на неудовлетворительном уровне (правильные ответы даны менее чем на 50%)

Типовые варианты домашних заданий:

Семестр 1.

Вариант № 0

1. Даны координаты вершин треугольника ABC :

$$A(-8; -3); B(4; -12); C(8; 10).$$

Необходимо найти:

- длину стороны AB ;
- уравнение сторон AB и BC и их угловые коэффициенты;
- угол ψ между прямыми AB и BC в радианах;
- уравнение высоты CD и ее длину;
- уравнение медианы AE и координаты точки K пересечения этой медианы с высотой CD ;
- уравнение прямой L , которая проходит через точку K параллельно к стороне AB ;
- координаты точки $F(x_F, y_F)$, которая находится симметрично точке A относительно прямой CD .

2. Дано: точка $A(2; 5)$ и прямая $y = 1$. Необходимо составить уравнение геометрического места точек, равноудаленных от заданной точки $A(x_A, y_A)$ и прямой $y = d$.

Полученное уравнение привести к простейшему виду и построить график кривой.

3. Заданы две системы линейных уравнений. Решить первую систему методом Крамера. Полученный при решении первой системы результат проверить с помощью метода обратной матрицы. Вторую систему решить с помощью метода Гаусса.

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 1x_3 = 11, \\ 4x_1 - 1x_2 + 4x_3 = -10, \\ 1x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1x_1 + 2x_2 - 1x_3 = 1, \\ 3x_1 + 5x_2 - 1x_3 = 1, \\ 4x_1 + 7x_2 - 2x_3 = 2 \end{cases}$$

4. Даны координаты вершин пирамиды $ABCD$:

$$A(2; -3; 1), B(6; 1; -1), C(4; 8; -9), D(2; -1; 2).$$

Необходимо:

- Записать векторы $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$ в ортонормальной системе $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ и найти модули этих векторов.
- Найти угол между векторами $\overline{AB}$ и $\overline{AC}$.
- Найти проекцию вектора $\overline{AD}$ на вектор $\overline{AB}$.
- Вычислить площадь грани ABC .
- Найти объем пирамиды $ABCD$.

5. Даны координаты четырех точек:

$$A(-3; -2; -4), B(-4; 2; -7), C(5; 0; 3), M(-1; 3; 0).$$

Необходимо:

- Составить уравнение плоскости Q , которая проходит через точки A , B и C .
- Составить канонические уравнения прямой, которая проходит через точку M перпендикулярно к плоскости Q .
- Найти точки пересечения полученной прямой с плоскостью Q и с координатными плоскостями XOY , XOZ , YOZ .
- Найти расстояние от точки M до плоскости Q .

6. Вычислить следующие пределы (не пользуясь правилом Лопиталя).

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 2x^2 + 3}{4x^2 + 3x + 2}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2}{3x^2 + 2x - 1}$	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 3x - 2}{x^2 + 3x + 10}$
$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 8x + 5}{3x^2 + 9x + 6}$	$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x+4} - 1}{x^2 - 9}$	$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{2 - \sqrt{x-3}}{x^2 - 49}$
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{x^2};$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\operatorname{tg} 2x}$	$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 4x)^{\frac{2}{x}}$
	$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x-1}{x+3} \right)^{x+2}$	

7. Заданную функцию $y = f(x)$ исследовать на непрерывность и выяснить характер точек разрыва. Сделать схематический график

$f(x) = 4^{\frac{1}{2-x}}$	$f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{если } x < 0 \\ \operatorname{tg} \frac{x}{2}, & \text{если } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ 1, & \text{если } x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$
----------------------------	--

8. Найти первую производную y'_x заданных функций:

$y = \frac{2(3x^3 + 4x^2 - x - 2)}{15\sqrt{x+1}}$	$y = x - \ln(2 + e^x + 2\sqrt{e^{2x} + e^x + 1})$
$y = \operatorname{arctg} \left(\frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x}{\sqrt{2}} \right)$	$y = \sin \sqrt{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{\sin^2 3x}{\cos 6x}$

9. Найти первую производную y'_x заданных функций:

$y = (\operatorname{arctg} x)^{(1/2) \ln(\operatorname{arctg} x)}$	$y = x \cdot e^y$	$\begin{cases} x = \frac{3t^2 + 1}{3t^3}, \\ y = \sin \left(\frac{t^3}{3} + t \right) \end{cases}$
--	-------------------	---

10. Дана функция $y = f(x)$ и два значения аргумента x_1 и x_2 . Необходимо найти приближенное значение данной функции при $x = x_2$, используя ее значение при $x = x_1$ и заменяя прирост Δy функции $y = f(x)$ соответствующим дифференциалом dy :

$y = \sqrt[3]{3x^2 + 8x - 16};$ $x_1 = 4; x_2 = 3,94$	$y = \cos(x);$ $x_1 = 60^\circ; x_2 = 63^\circ.$
--	---

11. Выполнить полное исследование заданных функций и построить их графики:

$y = \frac{x^3 + 4}{x^2}$	$y = \frac{e^{2x}}{2x}$	$y = x^3 - 3x^2 + 3$
---------------------------	-------------------------	----------------------

12. Используя методы дифференциального вычисления, решить следующие физические задачи:

1. При подготовке к экзамену студент за t дней изучает $\left(\frac{t}{t+k}\right)$ -ю часть курса и забывает $(\alpha \cdot t)$ -ю часть. Сколько дней нужно потратить на подготовку, чтобы была изучена максимальная часть курса? Решить задачу при условии, что $k = 3\alpha = 1/48$.
2. Тело массой $m_0 = 3000$ кг падает с высоты H метров и теряет массу (сгорает) пропорционально времени падения. Коэффициент пропорциональности $k = 100$ кг/с. Считая, что начальная скорость $V_0 = 0$, ускорение $g = 10$ м/с, найти наибольшую кинетическую энергию тела. Решить задачу при условии, что $H = 1805$ м.

Семестр 2.

Вариант № 0

1. Вычислить неопределенные интегралы:

$\int \frac{7x^3 + 40x - 96}{2x^4 + 5x^3 - 12x^2} dx;$	$\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - 16}};$	$\int x^2 \cos 4x dx.$
--	-------------------------------------	------------------------

2. Вычислить определенный интеграл:

$$\int_0^3 \frac{4x dx}{\sqrt[3]{(3x-8)^2 - 2\sqrt[3]{3x-8} + 4}}.$$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой:

$y = \frac{x^2}{2} - x + 1$	$y = -\frac{x^2}{2} + 3x + 6$
-----------------------------	-------------------------------

4. Вычислить несобственный интеграл, или установить его расходимость:

$$\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 13}.$$

5. Исследовать функцию $z = f(x, y)$ на экстремум:

$$z = xy - x^2 - 2y^2 + x + 10y - 8.$$

6. Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения:

$$y' = \frac{8x + 5y}{5x - 2y}.$$

7. Дано дифференциальное уравнение второго порядка, которое допускает понижение порядка. Найти частное решение, которое удовлетворяет заданным начальным условиям.

$$xy'' - y' - x^2 = 0, y(1) = 4/3, y'(1) = 3.$$

8. Задано линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Найти частное решение, которое удовлетворяет приведенным начальным условиям.

$$y'' - 2y' - 8y = 16x^2 + 2, y(0) = 0, y'(0) = 5.$$

9 Решить систему уравнений и найти частные решения, которые удовлетворяют приведенным начальным условиям.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x + y, \\ \frac{dy}{dt} = x + 2y, \\ x(0) = 1, y(0) = 3. \end{cases}$$

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «индивидуальные задания»

Шкала оценивания (интервал баллов)	Критерий оценивания
Зачтено	Правильно решены 90-100% заданий
Не зачтено	Правильно решены менее 90% заданий

Оценочные средства для промежуточной аттестации (зач/экзамен)

Семестр 1.

Зачёт выставляется при условии выполнения студентом всех мероприятий текущего контроля с положительным результатом.

Типовой билет. Семестр 2.

Билет № 0

Часть I. Теоретический вопрос.

(Полностью раскрытый вопрос оценивается в 1 балл).

1. Понятие первообразной

Часть II. Задание начального уровня сложности.

(Правильно выполненное задание оценивается в 2 балла).

1. Найти решения уравнений

2. Вычислить неопределенный интеграл

$$y'' + 3y' = 0.$$

$$\int (x^2 + 2x + 3) dx$$

Часть III. Задание базового уровня сложности.

(Правильно выполненное задание оценивается в 1 балл).

3. Проинтегрировать рациональную дробь

$$\int \frac{(2x + 16)dx}{(x + 1)(x^2 + 4x + 13)} dx$$

4. Для функции $u = 5x^2y - 3xy + x^3$ найти градиент и производную в точке A по направлению вектора $\vec{s} = \overrightarrow{AB}$: $A(1; 2; -1)$, $B(3; -1; 0)$.

Часть IV. Задание повышенного уровня сложности.

(Правильно выполненное задание – 1 балл).

1. Найти решения уравнений

$$y'' + 3y' = 3xe^{-3x};$$

Утверждено на заседании кафедры ПМ, протокол №__ от _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой

доц. Малый В.В.

Лектор

доц. Малый Д.В.

Теоретические вопросы

Перечень вопросов к экзамену (зачету) по разделу «Теория вероятностей и математическая статистика»

1. Предмет и основные определения теории вероятностей.
2. Классическое определение вероятности. Свойства вероятности, вытекающие из классического определения. Примеры.
3. Статистическое определение вероятности, его особенности и связь с классическим определением.
4. Полная группа несовместных событий, противоположные события, свойства их вероятностей.
5. Зависимые и независимые события. Условные и безусловные вероятности.
6. Теоремы умножения вероятностей.
7. Теоремы сложения вероятностей.
8. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
9. Комбинаторика: размещения, сочетания, перестановки. Размещения, сочетания и перестановки с повторениями. Примеры.
10. Случайные величины и случайные события. Дискретные и непрерывные случайные величины. Закон распределения случайной величины и способы его задания.
- 11 Числовые характеристики случайных величин. Начальные и центральные моменты. Асимметрия и эксцесс.
- 12 Математическое ожидание случайной величины. Его смысл и примеры. Свойства математического ожидания.
13. Дисперсия и среднее квадратическое отклонение случайной величины. Их смысл и примеры вычисления. Формулы для вычисления дисперсии. Свойства дисперсии.
14. Математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение частоты и частоты.
15. Формула Бернулли. Биномиальное распределение. Наивероятнейшее число появлений события.
16. Формула Пуассона. Закон распределения вероятностей редких событий.
17. Гипергеометрическое распределение.
18. Равномерное распределение.
19. Непрерывные случайные величины. Дифференциальная и интегральная функции их распределения, их смысл и связь между ними.
20. Вероятность попадания случайной величины в заданный интервал. Вероятность того, что непрерывная случайная величина примет точно заданное значение.
21. Нормальное распределение. Плотность нормального распределения и ее свойства. Функция распределения нормально распределенной случайной величины.

22. Нормированное (стандартное) нормальное распределение.
23. Функция Лапласа: график, свойства, таблицы.
24. Вероятность попадания нормально распределенной случайной величины в заданный интервал.
25. Вероятность заданного отклонения нормальной случайной величины от своего математического ожидания. Правило трех сигм.
26. Локальная теорема Лапласа.
27. Интегральная теорема Лапласа.
28. Закон больших чисел. Понятие о теореме Чебышева (общий случай). Значение теоремы Чебышева.
29. Закон больших чисел. Теорема Бернулли.
30. Понятие о центральной предельной теореме Ляпунова.
31. Предмет и основные задачи математической статистики.
32. Вариационные ряды. Виды вариации. Границы интервалов в вариационных рядах, величина интервала. Накопленные частоты.
33. Графическое изображение вариационных рядов.
34. Числовые характеристики вариационного ряда. Средняя арифметическая и ее свойства, мода и медиана.
35. Показатели колеблемости: вариационный размах, дисперсия, стандартное отклонение, коэффициент вариации.
36. Основные положения теории выборочного метода. Генеральная совокупность и выборка.
37. Законы распределения, применяемые в математической статистике: распределения χ^2 , Стьюдента, Пирсона.
38. Статистические оценки параметров распределения (сущность теории оценивания): несмещенность, состоятельность, эффективность оценок.
39. Точечные оценки: выборочная средняя, дисперсия, среднее квадратическое отклонение.
40. Точечная оценка генеральной средней по выборочной средней.
41. Точечная оценка генеральной дисперсии. "Исправленные" выборочная дисперсия и среднее квадратическое отклонение.
42. Интервальные оценки. Точность оценки. Доверительная вероятность.
43. Доверительные интервалы для оценки неизвестного значения генеральной средней и генеральной доли.
44. Статистическая проверка гипотез. Статистическая гипотеза: параметрическая и непараметрическая; нулевая и альтернативная. Ошибки I и II рода. Уровень значимости и мощность критерия.
45. Статистический критерий проверки нулевой гипотезы. Наблюдаемое значение критерия. Критическая область. Область принятия гипотезы. Критические точки. Отыскание односторонней и двусторонней критических областей.
46. Основные этапы проверки статистических гипотез.
47. Проверка гипотезы о равенстве выборочной средней и гипотетической генеральной средней нормальной совокупности при известной и неизвестной генеральной дисперсии.
48. Проверка гипотезы о равенстве наблюдаемой относительной частоты и гипотетической вероятности появления события.
49. Проверка гипотезы о равенстве долей признака в двух совокупностях.
50. Проверка гипотезы о законе распределения случайной величины. Критерий согласия Пирсона.

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству промежуточный контроль (экзамен)

Шкала оценивания	Критерий оценивания
отлично (5)	Студент глубоко и в полном объёме владеет программным материалом. Грамотно, исчерпывающе и логично его излагает в устной или письменной форме. При этом знает рекомендованную литературу, проявляет творческий подход в ответах на вопросы и правильно обосновывает принятые решения, хорошо владеет умениями и навыками при выполнении практических задач.
хорошо (4)	Студент знает программный материал, грамотно и по сути излагает его в устной или письменной форме, допуская незначительные неточности в утверждениях, трактовках, определениях и категориях или незначительное количество ошибок. При этом владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических задач.
удовлетворительно (3)	Студент знает только основной программный материал, допускает неточности, недостаточно чёткие формулировки, непоследовательность в ответах, излагаемых в устной или письменной форме. При этом недостаточно владеет умениями и навыками при выполнении практических задач. Допускает до 30% ошибок в излагаемых ответах.
неудовлетворительно (2)	Студент не знает значительной части программного материала. При этом допускает принципиальные ошибки в доказательствах, в трактовке понятий и категорий, проявляет низкую культуру знаний, не владеет основными умениями и навыками при выполнении практических задач. Студент отказывается от ответов на дополнительные вопросы

9. Особенности организации обучения для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

При необходимости рабочая программа учебной дисциплины может быть адаптирована для обеспечения образовательного процесса инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, в том числе с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий.

Для этого требуется заявление студента (его законного представителя) и заключение психолого-медико-педагогической комиссии (ПМПК). В случае необходимости обучающимся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья (по заявлению обучающегося), а для инвалидов также в соответствии с индивидуальной программой реабилитации инвалида могут предлагаться следующие варианты восприятия учебной информации с учетом их индивидуальных психофизических особенностей:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников, например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения – аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной (модулем), за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение электронного обучения, дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение электронного обучения, дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
 - продолжительность сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, – не более чем на 90 минут;
 - продолжительность подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, – не более чем на 20 минут; – продолжительность выступления обучающегося при защите курсовой работы – не более чем на 15 минут.

Лист изменений и дополнений

№ п/п	Виды дополнений и изменений	Дата и номер протокола заседания кафедры (кафедр), на котором были рассмотрены и одобрены изменения и дополнения	Подпись (с расшифровкой) заведующего кафедрой (заведующих кафедрами)