

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ ВЛАДИМИРА ДАЛЯ»

Факультет компьютерных систем и информационных технологий

Кафедра прикладной математики

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета компьютерных
систем и информационных технологий



_____ Кочевский А. А.

«19» апреля 2023 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по учебной дисциплине

«Дискретная математика»

15.03.06 Мехатроника и робототехника

«Компьютерные технологии управления в робототехнике и мехатронике»

Разработчик:

доцент _____ Чалая Е. Ю.

ФОС рассмотрен и одобрен на заседании кафедры прикладной математики
от 18 апреля 2023 г., протокол № 10

Заведующий кафедрой _____ Малый В. В.

Луганск 2023 г.

**Паспорт
фонда оценочных средств по учебной дисциплине
«Дискретная математика»**

**Перечень компетенций (элементов компетенций),
формируемых в результате освоения учебной дисциплины**

№ п/п	Код контролируемой компетенции	Формулировка контролируемой компетенции	Контролируемые темы учебной дисциплины	Этапы формирования (семестр изучения)
1	УК-1	способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.	Тема 1. Теория множеств Тема 2. Математическая логика Тема 3. Комбинаторика Тема 4. Теория графов Тема 5. Теория конечных автоматов Тема 6. Элементы теории алгоритмов	начальный (2)

**Показатели и критерии оценивания компетенций,
описание шкал оценивания**

№ п/п	Код контролируемой компетенции	Показатель оценивания (знания, умения, навыки)	Контролируемые темы учебной дисциплины	Наименование оценочного средства
1	УК-1	Знать: основные положения теории множеств, математической логики, комбинаторики, теории графов, теории конечных автоматов, элементы теории алгоритмов; основные алгоритмы решения типовых математических задач; Уметь: использовать методы теории множеств,	Тема 1. Тема 2. Тема 3. Тема 4. Тема 5. Тема 6.	Фронтальные и индивидуальные опросы; контрольные работы; индивидуальные задания, промежуточная аттестация (зачет)

		математической логики, комбинаторики, теории графов, теории конечных автоматов, теории алгоритмов для анализа и моделирования реальных процессов в условиях профессиональной деятельности; использовать основные приёмы обработки данных; решать типовые задачи; строить и исследовать простейшие математические модели; обращаться к информационным системам (Интернет, справочная и другая математическая литература) для пополнения и уточнения математических знаний; Владеть: математическими понятиями и символами для выражения количественных и качественных отношений, математическими методами и алгоритмами в приложениях к IT наукам.		
--	--	---	--	--

Фонды оценочных средств по дисциплине «Дискретная математика»

Вопросы для фронтальных и индивидуальных опросов:

Тема 1. Теория множеств.

1. Понятие множества. Почему можно сформулировать только интуитивное определение?
2. Равные множества. Виды множеств. Способы задания множеств.
3. Понятие пустого множества.
4. Понятие подмножества. Собственные и несобственные подмножества.
5. Теорема о количестве всех подмножеств у конечного множества.
6. Свойства отношения включения.
7. Универсальное множество.
8. Операции над множествами (объединение, пересечение, разность, дополнение), их свойства.
9. Операция дополнения множества до универсального.
10. Свойства операций над множествами. Законы де Моргана.
11. Диаграммы Эйлера-Венна.
12. Принцип двойственности в теории множеств.
13. Прямое произведение множеств. Определение, свойства. Декартов квадрат.
14. Понятие бинарного отношения. Первая и вторая проекции, график бинарного отношения.
15. Представление бинарных отношений графами.
16. Операции над бинарными отношениями.
17. Свойства бинарных отношений.
18. Бинарные отношения эквивалентности и порядка.
19. Фактор-множество.
20. Понятие разбиения множества. Теорема о связи фактор-множества и разбиения.
21. Бинарное отношение порядка. Свойства, разновидности.
22. Понятие функционального отношения (или функции). Область определения. Множество значений функции. Равные функции.
23. Какие функции называются инъективными, сюръективными.
24. Понятие биекции. Примеры.
25. Понятие алгебраической операции. Свойства. Примеры.
26. Частично упорядоченные множества.
27. Эквивалентность условий минимальности, обрыва убывающих цепей и индуктивности.
28. Изоморфные отображения.
29. Мощность множества. Мощность конечного множества. Сравнение мощностей.
30. Понятие эквивалентных (равномощных) множеств.
31. Теорема о мощности промежуточного множества.
32. Теорема Кантора-Бернштейна. Следствия.

33. Теорема о мощности множества всех подмножеств данного множества.
34. Понятие счетного множества. Теоремы о счетных мощностях.
35. Как можно доказать несчетность множества точек отрезка $[0, 1]$?
36. Мощность континуум. Проблема континуум в рамках теории множеств.
37. Кардинальные числа. Арифметика кардинальных чисел.
38. Аксиома выбора и эквивалентные ей утверждения.
39. Внутренняя противоречивость теории множеств. Парадоксы.

Тема 2. Математическая логика.

1. Понятие высказывания. Элементарное высказывание. Значение высказывания.
2. Логические операции над высказываниями.
3. Свойства операций над высказываниями.
4. Понятие формулы алгебры логики.
5. Виды формул (тождественно истинные, тождественно ложные, выполнимые).
6. Построение таблиц истинности.
7. Законы логики (тавтологии).
8. Определения СНДФ (СНКФ). Существование и способы построения.
9. Равносильность формул. Определение и способы доказательства.
10. Простейшие равносильности в логике высказываний.
11. Полные системы логических связей.
12. Многочлен Жегалкина. Существование и способы построения.
13. Что представляют собой операции: штрих Шеффера, стрелка Пирса, сложение по модулю 2?
14. Способы доказательства. Правило цепного заключения, закон контрапозиции, доказательства от противного.
15. Понятие предиката. Логические операции над предикатами.
16. Кванторные операции над предикатами. Свободные и связанные переменные.
17. Что называется областью истинности предиката?
18. Тождественно истинные, тождественно ложные и выполнимые предикаты.
19. Формулы логики предикатов.
20. Равносильные предикаты.
21. Основные тавтологии логики предикатов.
22. Формальный язык логики высказываний (принципы построения). Алфавит, аксиомы, правило вывода.
23. Теоремы формальной теории.
24. Теоремы о формальной теории. Свойства теории. Метатеоремы.
25. Основные понятия о формализации логики предикатов.
26. Свойства теорий первого порядка.
27. Понятие об интерпретации и модели в формальной логике предикатов.

Тема 3. Комбинаторика.

1. Что изучает комбинаторика?
2. Какая задача считается комбинаторной?
3. Основные правила комбинаторики.
4. Основные комбинаторные формулы (размещения, сочетания, перестановки) с повторением и без повторений.
5. Свойства сочетаний.
6. Бином Ньютона. Полиномиальная формула.
7. Числа Фибоначчи. Рекуррентные соотношения.
8. Использование рекуррентных соотношений для решения комбинаторных задач.

Тема 4. Теория графов.

1. Задачи, послужившие основой теории графов.
2. Понятие графа. Основные элементы графа (вершины, дуги и ребра, пути и цепи, циклы, степень вершин, тупики, перешейки, связность, компоненты связности).
3. Описание графа матрицей смежности.
4. Разновидности графов.
5. Операции над графами.
6. Изоморфизм графов. Связь между матрицами смежности у изоморфных графов.
7. Необходимое и достаточное условие существования эйлера цикла в симметрическом связном графе.
8. Алгоритмические задачи, решаемые в рамках теории графов.
9. Какой граф называется сетью?
10. Алгоритм Дейкстры для нахождения на графе кратчайшего пути (решение и обоснование).
11. Алгоритм Форда-Фалкерсона для нахождения максимальной величины потока на транспортных сетях (решение и обоснование).
12. Цикломатическое число графа, его свойства и приложения. Виды циклов на графах.

Тема 5. Теория конечных автоматов.

1. Описание абстрактных и материальных моделей с помощью понятия конечного автомата.
2. Принцип «черного ящика». Формальные алгоритмические модели.
3. Определение конечного автомата. Основные множества и функции.
4. Конечные автоматы Мили и Мура.
5. Способы задания конечных автоматов.
6. Преобразование конечных строк с помощью конечного автомата.
7. Какие внутренние состояния автомата называются эквивалентными?
8. Эквивалентные автоматы.
9. Проблема минимизации конечного автомата в реальных устройствах.
10. Минимальный автомат.

11. Алгоритм минимизации конечного автомата.

Тема 6. Элементы теории алгоритмов.

1. Интуитивное понятие алгоритма. Свойства. Реализация.
2. Формальные алгоритмические модели. Разновидности и предназначение.
3. Абстрактные машины Поста, Тьюринга. Исторические аспекты.
4. Машина Тьюринга. Строгое определение. Устройство, принцип работы, формальное описание.
5. Гипотеза Тьюринга. Функции, вычислимые по Тьюрингу.
6. Связь машины Тьюринга с конечными автоматами и реальными вычислительными устройствами.
7. Прimitивно рекурсивные функции, как формальная алгоритмическая модель. Тезис Черча.
8. Частично рекурсивные функции. Вычислимость по Черчу.
9. Нормальные алгоритмы Маркова. Определение. Основные концепции.
10. Преобразование конечных строк с помощью нормальных алгоритмов Маркова. Вычислимость по Маркову.
11. Эквивалентность различных формальных моделей.

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «фронтальный и индивидуальный опрос»

Шкала оценивания	Критерий оценивания
отлично (5)	Студент глубоко и в полном объёме владеет программным материалом. Грамотно, исчерпывающе и логично его излагает в устной или письменной форме. При этом знает рекомендованную литературу, проявляет творческий подход в ответах на вопросы и правильно обосновывает принятые решения, хорошо владеет умениями и навыками при выполнении практических задач.
хорошо (4)	Студент знает программный материал, грамотно и по сути излагает его в устной или письменной форме, допуская незначительные неточности в утверждениях, трактовках, определениях и категориях или незначительное количество ошибок. При этом владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических задач.
удовлетворительно (3)	Студент знает только основной программный материал, допускает неточности, недостаточно чёткие формулировки, непоследовательность в ответах, излагаемых в устной или письменной форме. При этом недостаточно владеет умениями и навыками при выполнении практических задач. Допускает до 30% ошибок в излагаемых ответах.
неудовлетворительно (2)	Студент не знает значительной части программного материала. При этом допускает принципиальные ошибки в доказательствах, в трактовке понятий и категорий, проявляет низкую культуру знаний, не владеет основными умениями и навыками при выполнении практических задач. Студент отказывается от ответов на дополнительные вопросы

Контрольные работы:

Типовые варианты контрольных работ

Тема 1. Теория множеств.

Вариант 1

- 1) Даны множества $N_1 = \{1, 3, 5\}$, $N_2 = \{5, 4, 2, 1\}$, $N_3 = \{5, 9, 3, 7, 1\}$, $N_4 = \{2, 6\}$.
Найти: $(N_1 \times N_2) \cap (N_3 \times N_4)$; $(N_1 \cap N_3) \times (N_2 \cap N_4)$.
- 2) Доказать тождество: $A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$.
- 3) Доказать, что два множества равны тогда и только тогда, когда их пересечение и объединение совпадают.
- 4) На множестве $N \times N$ задано бинарное отношение ρ следующим образом:
 $\langle (a, b), (c, d) \rangle \in \rho \leftrightarrow a + d = b + c$. Доказать, что ρ является отношением эквивалентности на множестве $N \times N$ и найти фактор-множество.

Тема 2. Математическая логика.

Вариант 1

- 1) Является ли данная формула тавтологией?
 $(P_1 \rightarrow (P_2 \rightarrow P_3)) \rightarrow (P_1 \rightarrow P_2) \rightarrow (P_1 \rightarrow P_3)$.
- 2) Построить для данной формулы СНДФ (по теореме) и СНКФ:
 $\overline{(x \wedge (y \vee z))} \rightarrow ((x \wedge y) \vee z)$.
- 3) Разложить функцию по переменной x_1 :
 $(x_1 \vee \overline{x_2}) \leftrightarrow (x_2 \rightarrow x_1)$.
- 4) Построить для функции $x \vee y \vee z$ многочлен Жегалкина. Проверить свойства линейности и монотонности.
- 5) Проверить полноту системы функций $\{x + y + z, xy, 0, 1\}$.

Тема 3. Комбинаторика.

Вариант 1

1. В вазе стоят 10 красных и 4 розовых гвоздики. Сколькими способами можно выбрать 3 цветка из вазы?
2. Найти общее решение линейного рекуррентного соотношения:
 $f(n+2) = 5f(n+1) - 4f(n)$.
3. Найти последовательность чисел, для которой данная функция является производящей: $f(x) = \frac{1}{x+1}$.

4. Имеется 6 монет по 2 копейки и 5 монет по 1 копейке. Сколькими способами можно заплатить сумму в 12 копеек?

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «контрольная работа»

Шкала оценивания	Критерий оценивания
5	Контрольная работа выполнена на высоком уровне (правильные ответы даны на 90-100% вопросов/задач)
4	Контрольная работа выполнена на среднем уровне (правильные ответы даны на 75-89% вопросов/задач)
3	Контрольная работа выполнена на низком уровне (правильные ответы даны на 50-74% вопросов/задач)
2	Контрольная работа выполнена на неудовлетворительном уровне (правильные ответы даны менее чем на 50%)

Варианты индивидуальных заданий:

Типовые варианты индивидуальных заданий

Тема 1. Теория множеств.

Вариант 1.

- Известно, что из 60 туристов знают немецкий язык – 15, французский – 20, английский – 25, немецкий и французский – 5, немецкий и английский – 5, французский и английский – 10, все три иностранных языка – 3. Сколько туристов знают только один из иностранных языков? Сколько не знают ни одного?
- Доказать тождество: $A \setminus B = A \setminus (A \cap B)$.
- Доказать, что $A \subset B \cup C \Leftrightarrow A \cap \bar{B} \subset C$.
- Даны множества $A = \{o, n, p, c\}$ и $B = \{p, c, t\}$. Найти $A \times B$, $B \times A$, $A \setminus B$, $A \times B \cap B \times A$, $B \cup (A \setminus B)$.
- Доказать, что для всех натуральных чисел выполняется утверждение: $(2n-1)^3 - (2n-1) : 24$.
- Пусть $A = \{2, 3, 4\}$, $B = \{4, 5, 6, 9, 12, 16\}$. Опишите с помощью графа и таблицы отношение $xRy \Leftrightarrow x \in A, y \in B, y = x^2$.
- Верно ли высказывание: если отношения R и S рефлексивны, то отношение $R \cap S$ рефлексивно.
- Используя понятие мощности конечного множества, равномощности, решить задачу на доказательство. Доказать, что конечное множество не может быть равномощным своему подмножеству.

Тема 2. Математическая логика.

Вариант 1.

- Доказать тавтологии:

а) $P_1 \rightarrow (P_2 \rightarrow P_1)$;

б) $(P_1 \rightarrow (P_2 \rightarrow P_3)) \rightarrow (P_1 \rightarrow P_2) \rightarrow (P_1 \rightarrow P_3)$.

2. Представить формулу $(x \wedge (y \vee z)) \rightarrow ((x \wedge y) \vee z)$ в СКНФ и многочленом Жегалкина.

3. Представить формулу $((A \rightarrow B) \rightarrow \bar{A}) \rightarrow (A \rightarrow (B \wedge A))$ в СДНФ и многочленом Жегалкина.

4. Найти множество истинности двуместных предикатов:

а) $x > 1 \wedge y < 1$;

б) $x > 1 \rightarrow y < 1$.

Тема 3. Комбинаторика.

Вариант 1.

1. Сколькими способами можно выбрать 4 согласные и 3 гласные буквы в слове «автоматический»? Сколько слов можно получить, меняя порядок букв в этом слове? Та же задача, но если буквы «с» «к» стоят рядом, не стоят рядом? Сколько можно получить слов, оканчивающихся буквами "ий"?

2. Сколькими способами можно выбрать 3 согласные и 2 гласные в слове "авторизованный"? Сколько слов можно получить, меняя порядок букв в этом слове? Та же задача, но если после буквы "ы" должна идти буква «й»? Та же задача, если две буквы «и» стоят рядом, не стоят рядом?

3. Сколькими способами можно разделить 40 карандашей между 8 учениками? Та же задача, но если каждый должен получить не менее 2-х карандашей?

4. Сколькими способами можно разделить 24 тетради между тремя студентами? Та же задача, но если каждый должен получить не менее 4-х тетрадей?

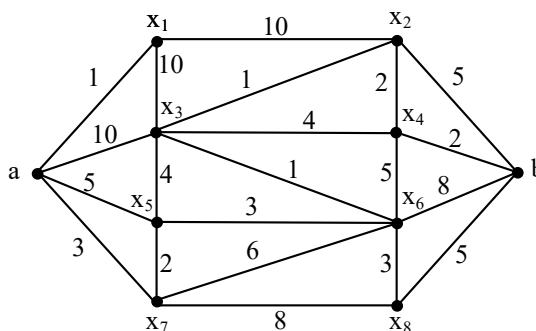
5. Сколькими способами можно разделить колоду из 36 карт поровну между тремя игроками.

6. Сколькими способами 20 различных книг можно поделить поровну между 4-мя студентами?

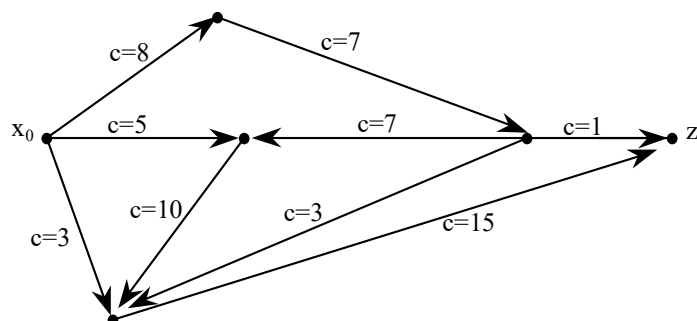
Темы 4, 5, 6. Графы, автоматы, алгоритмы.

Вариант 1.

1. Дан граф с указанными длинами ребер. Найти в графе путь кратчайшей длины, соединяющий вершину a с вершиной b .



2. Дан граф транспортной сети, x_0 – вход, z – выход, $c(u)$ – пропускная способность дуги. Используя алгоритм Форда-Фалкерсона, найти поток наибольшей величины.



3. По матрице смежности построить граф, определить его характеристики (связность, число компонент связности, длина максимального цикла, эйлерова характеристика).

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

4. Найти минимальную форму автомата и граф переходов минимальной формы:

S \	ν		ξ	
	a_0	a_1	a_0	a_1
1	2	2	1	0
2	3	3	1	0
3	4	4	1	0
4	4	4	0	1
5	5	6	1	1
6	6	5	1	1

5. Составить программу для машины Тьюринга, вычисляющую значения функции $x \div 2$.

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «индивидуальные задания»

Шкала оценивания	Критерий оценивания
Зачтено	Правильно решены 90-100% заданий
Не зачтено	Правильно решены менее 90% заданий

Оценочные средства для промежуточной аттестации (зачет)

Типовые вопросы

1. Определение числа размещений с повторениями и без повторений. Формулы. Примеры.
2. Плоская реализация связного графа. Понятие плоского графа. Эйлерова характеристика плоскости.
3. Понятие изоморфизма графов.
4. Формальные алгоритмические модели. Машина Поста-Тьюринга. Устройство, принцип работы, формальное описание.
5. Правила комбинаторики. Размещения с повторениями и без повторений. Определение, примеры, формулы для вычисления.
6. Бинарные отношения. Графические интерпретации бинарных отношений. Операции над бинарными отношениями. Обратное отношение.
7. Прямое произведение множеств. Бинарные отношения.
8. Функции (отображения). Основные понятия и свойства. Инъективные, сюръективные и биективные функции.
9. Мощность множества. Счетные множества и их свойства.
10. Несчетность континуума. Теорема о мощности всех подмножеств произвольного множества. Сравнение мощностей.
11. Правила комбинаторики. Перестановки без повторений и с повторениями. Определение, примеры, формулы для вычисления.
12. Правила комбинаторики. Сочетания без повторений и с повторениями. Определение, примеры, формулы для вычисления, применение.
13. Основные понятия и определения теории графов (вершина, дуга и ребро, путь, цикл, степень вершины, тупик, перешеек, связность, компоненты связности). Описание бинарных отношений графами. Матрицы смежности.
14. Задачи, послужившие основой теории графов. Необходимое и достаточное условие существования эйлерова цикла на симметрическом связном графе.
15. Цикломатическое число графа, его свойства. Виды циклов. Деревья. Условия, при выполнении которых граф является деревом.
16. Формальные алгоритмические модели. Нормальные алгоритмы Маркова. Определение, особенности, основные концепции. Примеры.
17. Основные понятия и определения теории конечных автоматов. Способы задания конечного автомата.
18. Формальные алгоритмические модели. Определение примитивно рекурсивной функции. Тезис Черча.

- 19.Операции над множествами (объединение, пересечение, разность, дополнение), их свойства. Примеры.
- 20.Понятие множества. Виды множеств. Примеры. Способы задания множеств. Равные множества. Пустое множество. Универсальное множество.
- 21.Сколькими способами можно разделить 26 одинаковых тетрадей между тремя студентами? Та же задача, но если каждый должен получить не менее трех тетрадей?
- 22.Сколько различных четырехзначных чисел, делящихся на 4, можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5, если каждая цифра может использоваться в записи числа несколько раз?
- 23.Сколькими способами можно расставить белые фигуры (2 коня, 2 слона, 2 ладьи, ферзя и короля) на первой линии шахматной доски?
- 24.Составить программу для машины Тьюринга, которая уменьшает число на 1.
- 25.Составить программу для машины Тьюринга, которая выполняет примитивное сложение.

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству промежуточный контроль (зачет)

Характеристика знания предмета и ответов	Зачеты
Студент глубоко и в полном объёме владеет программным материалом. Грамотно, исчерпывающе и логично его излагает в устной или письменной форме. При этом знает рекомендованную литературу, проявляет творческий подход в ответах на вопросы и правильно обосновывает принятые решения, хорошо владеет умениями и навыками при выполнении практических задач.	зачтено
Студент знает программный материал, грамотно и по сути излагает его в устной или письменной форме, допуская незначительные неточности в утверждениях, трактовках, определениях и категориях или незначительное количество ошибок. При этом владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических задач.	
Студент знает только основной программный материал, допускает неточности, недостаточно чёткие формулировки, непоследовательность в ответах, излагаемых в устной или письменной форме. При этом недостаточно владеет умениями и навыками при выполнении практических задач. Допускает до 30% ошибок в излагаемых ответах.	
Студент не знает значительной части программного материала. При этом допускает принципиальные ошибки в доказательствах, в трактовке понятий и категорий, проявляет низкую культуру знаний, не владеет основными умениями и навыками при выполнении практических задач. Студент отказывается от ответов на дополнительные вопросы.	не зачтено

Лист изменений и дополнений

№ п/п	Виды дополнений и изменений	Дата и номер протокола заседания кафедры (кафедр), на котором были рассмотрены и одобрены изменения и дополнения	Подпись (с расшифровкой) заведующего кафедрой (заведующих кафедрами)

Экспертное заключение

Представленный фонд оценочных средств (далее – ФОС) по дисциплине «Дискретная математика» соответствует требованиям ФГОС ВО.

Предлагаемые формы и средства текущего и промежуточного контроля адекватны целям и задачам реализации основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 15.03.06 Мехатроника и робототехника.

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины представлены в полном объеме.

Виды оценочных средств, включенные в представленный фонд, отвечают основным принципам формирования ФОС.

Разработанный и представленный для экспертизы фонд оценочных средств рекомендуется к использованию в процессе подготовки обучающихся по указанному направлению.

Председатель учебно-методической
комиссии факультета компьютерных
систем и информационных
технологий



Ветрова Н. Н.