

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ ВЛАДИМИРА ДАЛЯ»

Факультет компьютерных систем и информационных технологий

Кафедра прикладной математики

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета компьютерных
систем и информационных технологий

Кочевский А. А.

2023 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по учебной дисциплине

«Дифференциальные уравнения»

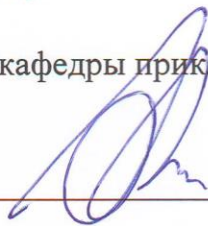
03.03.02 Физика

«Физика»

Разработчик:

доцент  Бранспиз М. Ю.

ФОС рассмотрен и одобрен на заседании кафедры прикладной математики
от 18 апреля 2023 г., протокол № 10

Заведующий кафедрой  Малый В. В.

Луганск 2023 г.

**Паспорт
фонда оценочных средств по учебной дисциплине
«Дифференциальные уравнения»**

**Перечень компетенций (элементов компетенций),
формируемых в результате освоения учебной дисциплины**

№ п/п	Код контролируемой компетенции	Формулировка контролируемой компетенции	Контролируемые темы учебной дисциплины	Этапы формирования (семестр изучения)
1.	ОПК-1	способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности	Тема 1. Понятие дифференциального уравнения	начальный (3)
			Тема 2. Дифференциальные уравнения первого порядка	начальный (3)
			Тема 3. Дифференциальные уравнения высших порядков	начальный (3)
			Тема 4. Системы дифференциальных уравнений	начальный (3)
			Тема 5. Теория устойчивости	начальный (3)
			Тема 6. Краевые задачи для линейных уравнений второго порядка	начальный (3)
			Тема 7. Численные методы решения дифференциальных уравнений	начальный (3)
			Тема 8. Дифференциальные уравнения с частными производными	начальный (3)

**Показатели и критерии оценивания компетенций,
описание шкал оценивания**

№ п/п	Код контролируемой компетенции	Показатель оценивания (знания, умения, навыки)	Контролируемые темы учебной дисциплины	Наименование оценочного средства
1	ОПК-1	знать: определение дифференциального	Тема 1. Тема 2.	Фронтальные и индивидуальные

		уравнения, общего и частного решения, их геометрический смысл; общую теорию линейных однородных и неоднородных дифференциальных уравнений; схемы решения линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами; определение асимптотической устойчивости и классификацию точек покоя автономной системы; типы краевых задач и граничных условий; определение задачи Штурма - Лиувилля для обыкновенного дифференциального уравнения; уметь: использовать математический аппарат для освоения теоретических основ и практического использования физических методов; владеть: навыками применять базовые знания в области физико-математических наук для решения задач профессиональной деятельности.	Тема 3. Тема 4. Тема 5. Тема 6. Тема 7. Тема 8.	опросы; домашнее задание; теоретические отчёты, промежуточная аттестация (зачет)
--	--	---	--	---

**Фонды оценочных средств по дисциплине
«Дифференциальные уравнения»**

Вопросы для фронтальных и индивидуальных опросов:

Тема 1. Понятие дифференциального уравнения.

1. Определение дифференциального уравнения.
2. Определение порядка дифференциального уравнения.
3. Понятие решения дифференциального уравнения.

4. Понятие интеграла дифференциального уравнения.
5. Геометрическая интерпретация дифференциального уравнения.
6. Геометрическая интерпретация решения дифференциального уравнения.
7. Классификация дифференциальных уравнений, примеры.
8. Понятие порядка и степени дифференциального уравнения

Тема 2. Дифференциальные уравнения первого порядка.

9. Основные понятия и классификация дифференциальных уравнений первого порядка.
10. Дифференциальные уравнения, разрешенные относительно производной.
11. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
12. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
13. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
14. Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах – определение и методы решения.
15. Дифференциальные уравнения, не разрешенные относительно производной.
16. Простейшие дифференциальные уравнения и их решение.
17. Уравнения Клеро и Лагранжа.

Тема 3. Дифференциальные уравнения высших порядков.

18. Определение и классификация дифференциальных уравнений высших порядков.
19. Основные понятия теории дифференциальных уравнений высших порядков.
20. Простейшие типы дифференциальных уравнений высших порядков, допускающие понижения порядка.
21. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка.
22. Теорема о структуре общего решения однородного дифференциального уравнения второго порядка.
23. Дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами и их решение.
24. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка.
25. Теорема о структуре общего решения неоднородного дифференциального уравнения второго порядка.
26. Уравнения с постоянными коэффициентами и построение общего решения.
27. Метод Лагранжа.
28. Метод неопределенных коэффициентов.
29. Уравнения со специальной правой частью.

Тема 4. Системы дифференциальных уравнений.

30. Определение системы дифференциальных уравнений.
31. Основные понятия, используемые при решении систем дифференциальных уравнений.
32. Задача Коши для систем дифференциальных уравнений.
33. Нормальная система дифференциальных уравнений.
34. Механическая интерпретация решения системы дифференциальных уравнений.
35. Интегрирование нормальных систем дифференциальных уравнений (СДУ).
36. Сформулировать суть метода исключения неизвестных для решения СДУ.

37. Привести схему интегрирования однородной линейной СДУ с постоянными коэффициентами методом Эйлера.
38. Дать определение характеристического уравнения и характеристических чисел однородной линейной СДУ. Указать вид ее общего решения.

Тема 5. Теория устойчивости.

39. Связь математической модели с реальностью.
40. Влияние начальных условий на решение системы дифференциальных уравнений.
41. Понятие точки покоя.
42. Классификация точек покоя.
43. Простейшие точки покоя.
44. Понятие устойчивости по Ляпунову, асимптотической устойчивости.
45. Первый метод Ляпунова.
46. Исследование устойчивости/ неустойчивости систем дифференциальных уравнений по первому приближению.
47. Второй метод Ляпунова.
48. Знакоопределенные и знакопостоянные функции.
49. Гладкие функции Ляпунова.
50. Теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости.
51. Оценки области допустимых возмущений и времени переходного процесса.
52. Теорема Красовского об асимптотической устойчивости.
53. Устойчивость линейных систем с периодическими коэффициентами.
54. Устойчивость потенциальных систем.
55. Теорема Лагранжа.
56. Влияние структуры сил на устойчивость.

Тема 6. Краевые задачи для линейных уравнений второго порядка.

57. Постановка краевых задач.
58. Физическое содержание краевых задач.
59. Линейная краевая задача.
60. Однородная краевая задача.
61. Неоднородная краевая задача.
62. Задачи на собственные значения.
63. Математическое моделирование на основе краевых задач.
64. Дифференциальное уравнение изгиба балки.

Тема 7. Численные методы решения дифференциальных уравнений.

65. Приближенное интегрирование дифференциальных уравнений первого порядка.
66. Метод Эйлера.
67. Метод Рунге-Кутты.
68. Приближенное интегрирование систем дифференциальных уравнений.
69. Приближенное интегрирование уравнений высших порядков.
70. Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью рядов.
71. Метод центральной (срединной) точки для дифференциальных уравнений.

72. Метод трапеций для дифференциальных уравнений.

Тема 8. Дифференциальные уравнения с частными производными.

73. Простейшие уравнения в частных производных.

74. Вывод дифференциальных уравнений в частных производных.

75. Классификация дифференциальных уравнений в частных производных.

76. Линейные однородные уравнения первого порядка.

77. Линейные неоднородные уравнения первого порядка.

78. Понятие о методах решения дифференциальных уравнений в частных производных.

79. Приведение линейных уравнений второго порядка к канонической форме.

80. Решение уравнений второго порядка с помощью приведения к канонической форме.

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «фронтальный и индивидуальный опрос»

Шкала оценивания	Критерий оценивания
отлично (5)	Студент глубоко и в полном объёме владеет программным материалом. Грамотно, исчерпывающе и логично его излагает в устной или письменной форме. При этом знает рекомендованную литературу, проявляет творческий подход в ответах на вопросы и правильно обосновывает принятые решения, хорошо владеет умениями и навыками при выполнении практических задач.
хорошо (4)	Студент знает программный материал, грамотно и по сути излагает его в устной или письменной форме, допуская незначительные неточности в утверждениях, трактовках, определениях и категориях или незначительное количество ошибок. При этом владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических задач.
удовлетворительно (3)	Студент знает только основной программный материал, допускает неточности, недостаточно чёткие формулировки, непоследовательность в ответах, излагаемых в устной или письменной форме. При этом недостаточно владеет умениями и навыками при выполнении практических задач. Допускает до 30% ошибок в излагаемых ответах.
неудовлетворительно (2)	Студент не знает значительной части программного материала. При этом допускает принципиальные ошибки в доказательствах, в трактовке понятий и категорий, проявляет низкую культуру знаний, не владеет основными умениями и навыками при выполнении практических задач. Студент отказывается от ответов на дополнительные вопросы

Контрольные работы:

Не предусмотрены.

Темы теоретических отчётов:*Семестр 3.*

1. Нули решений дифференциального уравнения второго порядка.
2. Математическое моделирование физических процессов на примере математического маятника.

Семестр 4.

3. Классификация краевых задач.
4. Асимптотическая устойчивость.

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «теоретические отчёты»

Шкала оценивания	Критерий оценивания
Зачтено	Теоретический отчёт написан на достаточно высоком теоретическом уровне, в полной мере раскрывает содержание заданной темы, приведён фактический материал, по которому сделаны правильные выводы и обобщения, произведена увязка теории с практикой современной действительности, работа оформлена правильно.
Не зачтено	Теоретический отчёт переписан с одного или нескольких источников.

Домашнее задание:*Задание № 1*

1. Особые точки и особые решения дифференциального уравнения первого порядка

1.1. Найти и исследовать особые точки данных уравнений. Дать качественную картину поведения интегральных кривых:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } \frac{dy}{dx} = \frac{2x+y}{3x+4y}; & \text{б) } \frac{dy}{dx} = \frac{2x-y}{x-y}; & \text{в) } \frac{dy}{dx} = \frac{2y-x}{3x+6}; \\ \text{г) } \frac{dy}{dx} = \frac{2x+y}{x-2y-5}; & \text{д) } \frac{dy}{dx} = \frac{y-2x}{2y-3x}. \end{array}$$

1.2. Найти и исследовать особые точки данных уравнений. Дать качественную картину поведения интегральных кривых:

$$\text{а) } \frac{dy}{dx} = \frac{4y^2 - x^2}{2xy - 4y - 8}; \quad \text{б) } \frac{dy}{dx} = \frac{\arctg(x^2 + xy)}{\sqrt{x^2 - y + 2} - 2}; \quad \text{в) } \frac{dy}{dx} = \frac{x^2 - y^2}{\ln \frac{y^2 - y + 1}{3}}.$$

1.3. Выяснить характер особых точек кривых:

$$\text{а) } (y - x^2)^2 = x^5.$$

$$\text{б) } (x^2 + y^2)(x - a)^2 = b^2 x^2 \quad (a > 0, b > 0).$$

Рассмотреть три случая: 1) $a > b$; 2) $a = b$; 3) $a < b$.

1.4. Найти огибающую семейства окружностей $(x - a)^2 + y^2 = \frac{a^2}{2}$.

1.5. Найти кривую, которую огибает отрезок длины l , когда его концы скользят по осям координат.

1.6. Найти огибающую эллипсов постоянной площади S , оси симметрии которых совпадают.

1.7. Уравнение траектории движения снаряда, выпущенного из точки O с начальной скоростью v_0 под углом α к горизонт (без учёта сопротивления воздуха), будет $y = x \operatorname{tg} \alpha - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha}$.

Принимая угол α за параметр, найти огибающую всех траекторий снаряда, расположенных в одной и той же вертикальной плоскости.

1.8. Проинтегрировать уравнения, выделить особые решения и сделать чертёж:

а) $(y' + 1)^3 = 27(x + y)^2$. в) $y^2(y')^2 - 2xyy' + 2y^2 - x^2 = 0$.

б) $y(y - 2xy')^2 = 2y'$. г) $(y')^3 = 3(xy' - y)$.

1.9. Найти ортогональные траектории для данных семейств кривых:

а) $x^2 - y^2 = a^2$. б) $\cos y = ae^{-x}$.

1.10. Найти изогональные траектории для семейства кривых $3x^2 + y^2 = C$, пересекающие эти кривые под углом $\varphi = 30^\circ$.

2. Задачи с начальными условиями (задача Коши) и приложения дифференциальных уравнений в физике.

2.1. Решить задачу Коши для следующих дифференциальных уравнений:

а) $y' \sin x - y \cos x = 0$; $y \Big|_{x=\frac{\pi}{2}} = 1$.

б) $y' + \sin(x - y) = \sin(x + y)$; $y \Big|_{x=\pi} = \frac{\pi}{2}$.

в) $y + xy' = a(1 + xy)$; $y \Big|_{x=\frac{1}{a}} = -a$.

г) $x^2 y' + \cos 2y = 1$; $y \rightarrow \frac{10}{3}\pi$ при $x \rightarrow +\infty$.

2.2. Найти кривую, обладающую тем свойством, что отрезок касательной к кривой, заключённый между осями координат, делится в точке касания пополам.

2.3. Найти кривую, для которой площадь Q , ограниченная кривой, осью Ox и двумя прямыми $X = 0$, $X = x$, является данной функцией от y : $Q = a^2 \ln \frac{y}{a}$.

2.4. Корабль замедляет своё движение под действием силы сопротивления воды, которое пропорционально скорости корабля. Начальная скорость корабля 10 м/с , скорость его через 5 с станет 8 м/с . Когда скорость уменьшится до 1 м/с ?

2.5. Пуля входит в доску толщиной $h = 10 \text{ см}$ со скоростью $v_0 = 200 \text{ м/с}$, а вылетает из доски, пробив её, со скоростью $v_1 = 80 \text{ м/с}$. Считая, что сила сопротивления доски движению пули пропорциональна квадрату скорости движения, найти время движения пули через доску.

2.6. По закону Ньютона скорость охлаждения какого-либо тела в воздухе пропорциональна разности между температурой T тела и температурой воздуха T_0 . Если температура воздуха равна 20°C , и тело в течение 20 мин. охлаждается от 100° до 60° , то через сколько времени его температура понизится до 30° ?

Задание № 2.

3. Математические модели на основе систем дифференциальных уравнений.

Вывести:

а) уравнение теплопроводности при моделировании теплотехнических, радиоэлектронных и других устройств и металлургических и литейных процессов, связывающее изменение температуры в пространстве и во времени со свойствами среды;

б) уравнение диффузии при формализации процессов, связанных с массообменным изменением концентраций свободных носителей электрического заряда и т.д.;

в) уравнение неразрывности при моделировании задач гидродинамики, заключающееся в определении полей скоростей, давления, плотности в жидкости, движущейся под действием заданных внешних сил;

г) уравнение процесса газообмена теплового двигателя.

4. Приближенное интегрирование дифференциальных уравнений первого порядка методом Адамса.

Проинтегрировать приближённо дифференциальные уравнения методом Адамса:

$$1. (3y - 7x + 7)dx - (3x - 7y - 3)dy = 0.$$

$$2. 8x + 4y + 1 + (4x + 2y + 1)y' = 0.$$

$$3. (y' + 1) \ln \frac{y+x}{x+3} = \frac{y+x}{x+3}.$$

$$4. y' x \ln x - y = 3x^3 \ln^2 x.$$

$$5. x(2x^2 + y^2) + y(x^2 + 2y^2)y' = 0.$$

$$6. \frac{2xdx}{y^3} + \frac{(y^2 - 3x^2)dy}{y^4} = 0$$

$$7. (x + \sin x + \sin y) dx + \cos y dy = 0.$$

$$8. (2xy^2 - 3y^3) dx + (7 - 3xy^2) dy = 0.$$

$$9. y = 2xy' + \frac{x^2}{2} + (y')^2.$$

$$10. (y')^4 = 4y(xy' - 2y)^2.$$

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «индивидуальные задания»

Шкала оценивания	Критерий оценивания
Зачтено	Правильно решены 90-100% заданий
Не зачтено	Правильно решены менее 90% заданий

Оценочные средства для промежуточной аттестации (зачет)

Промежуточная аттестация по результатам освоения дисциплины проходит в форме зачета (предполагает выполнение всех видов учебной работы, предусмотренных рабочей программой учебной дисциплины)

Лист изменений и дополнений

№ п/п	Виды дополнений и изменений	Дата и номер протокола заседания кафедры (кафедр), на котором были рассмотрены и одобрены изменения и дополнения	Подпись (с расшифровкой) заведующего кафедрой (заведующих кафедрами)

Экспертное заключение

Представленный фонд оценочных средств (далее – ФОС) по дисциплине «Дифференциальные уравнения» соответствует требованиям ФГОС ВО.

Предлагаемые формы и средства текущего и промежуточного контроля адекватны целям и задачам реализации основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 03.03.02 Физика.

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины представлены в полном объеме.

Виды оценочных средств, включенные в представленный фонд, отвечают основным принципам формирования ФОС.

Разработанный и представленный для экспертизы фонд оценочных средств рекомендуется к использованию в процессе подготовки обучающихся по указанному направлению.

Председатель учебно-методической
комиссии факультета компьютерных
систем и информационных
технологий



Ветрова Н. Н.