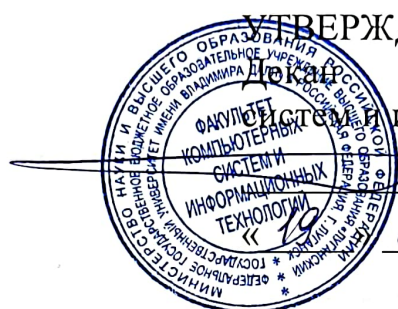


МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ ВЛАДИМИРА ДАЛЯ»

Факультет компьютерных систем и информационных технологий
Кафедра прикладной математики

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета компьютерных
систем и информационных технологий
Кочевский А. А.
апреля 2023 г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

«Дифференциальные уравнения»

по направлению подготовки 01.03.03 Механика и математическое моделирование

профиль подготовки «Механика деформируемых тел и сред»

Луганск – 2023

Лист согласования РПУД

Рабочая программа учебной дисциплины «Дифференциальные уравнения» по направлению подготовки 01.03.03 Механика и математическое моделирование. – 13 с.

Рабочая программа учебной дисциплины «Дифференциальные уравнения» составлена на основе федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 01.03.03 Механика и математическое моделирование, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018 года № 10 (с изменениями и дополнениями), зарегистрированного в Министерстве юстиции Российской Федерации 06 февраля 2018 года за № 49933, учебного плана по направлению подготовки 01.03.03 Механика и математическое моделирование, (профиль «Механика деформируемых тел и сред») и Положения о рабочей программе учебной дисциплины в ФГБОУ ВО «ЛГУ им. В. Даля».

СОСТАВИТЕЛЬ

канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры прикладной математики Бранспиз М. Ю.

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры прикладной математики

18 апреля 2023 г., протокол № 10

Заведующий кафедрой прикладной математики _____ Малый В. В.

Переутверждена: «__» _____ 20__ г., протокол № _____

Согласована:

Декан факультета компьютерных систем и информационных технологий _____ Кочевский А. А.

Рекомендована на заседании учебно-методической комиссии факультета компьютерных систем и информационных технологий

19 апреля 2023 г., протокол № 8

Председатель учебно-методической комиссии факультета компьютерных систем и информационных технологий _____ Ветрова Н. Н.

© Бранспиз М. Ю., 2023 год

© ФГБОУ ВО «ЛГУ им. В. Даля», 2023 год

Структура и содержание дисциплины

1. Цели и задачи дисциплины, ее место в учебном процессе

Цель изучения дисциплины – дать студентам необходимые и достаточные знания о базовых понятиях теории дифференциальных уравнений, освоение студентами основных приемов решения практических задач по темам дисциплины, приобретение опыта работы с математической и связанной с математикой научной и учебной литературой, развитие четкого логического мышления.

Задачи: изучение основных положений дифференциальных уравнений, классификации дифференциальных уравнений, основных свойств дифференциальных уравнений высших порядков, методов решения дифференциальных уравнений, а также их систем.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» входит в блок дисциплин обязательной части учебного плана.

Содержание дисциплины является логическим продолжением содержания дисциплин: «Математический анализ», «Алгебра и геометрия» и служит основой для освоения дисциплин: «Уравнения математической физики», «Численные методы», «Краевые задачи и вариационное исчисление».

3. Требования к результатам освоения содержания дисциплины

Студенты, завершившие изучение дисциплины «Дифференциальные уравнения», должны

знать: определение дифференциального уравнения, общего и частного решения, их геометрический смысл; общую теорию линейных однородных и неоднородных дифференциальных уравнений; схемы решения линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами; определение асимптотической устойчивости и классификацию точек покоя автономной системы; типы краевых задач и граничных условий; определение задачи Штурма - Лиувилля для обыкновенного дифференциального уравнения.

уметь: классифицировать дифференциальные уравнения и применять необходимые методы для решения этих уравнений; решать линейные дифференциальные уравнения n -го порядка и систем линейных уравнений с постоянными коэффициентами; находить точки покоя автономной системы; решать задачу Штурма-Лиувилля для линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами, использовать математический аппарат для освоения теоретических основ и практического использования физических методов.

владеть: методами решения дифференциальных уравнений первого порядка; методами решения линейных дифференциальных уравнений n -го порядка с постоянными коэффициентами, навыками использования математического аппарата для решения физических задач.

Перечисленные результаты образования являются основой для формирования следующих компетенций (в соответствии с ФГОС ВО и требованиями к результатам освоения основной профессиональной образовательной программы (ОПОП ВО):

общепрофессиональных:

ОПК-1 способен использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, в профессиональной деятельности

ОПК-5 способен использовать в педагогической деятельности научные основы знаний в сфере математики и механики

4. Структура и содержание дисциплины

4.1. Объем учебной дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Объем часов (з.е.)		
	Очная форма	Очно-заочная форма	Заочная форма
Объем учебной дисциплины (всего)	288 (8 з.е.)	288 (8 з.е.)	-
Обязательная аудиторная учебная нагрузка дисциплины (всего) в том числе:	132	56	-
Лекции	66	30	-
Семинарские занятия	-	-	-
Практические занятия	66	26	-
Лабораторные работы	-	-	-
Курсовая работа (курсовой проект)	36	36	-
Индивидуальное задание	18	18	-
Самостоятельная работа студента (всего)	156	232	-
Форма аттестации	зачет, экзамен	зачет, экзамен	-

4.2. Содержание разделов дисциплины

Семестр 3

Тема 1. Понятие дифференциального уравнения

Определение дифференциального уравнения и его порядка; решение дифференциального уравнения и его интеграл; геометрическая интерпретация дифференциального уравнения и его решения; классификация дифференциальных уравнений

Тема 2. Дифференциальные уравнения первого порядка

Основные понятия и классификация. Дифференциальные уравнения, разрешенные относительно производной: дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными; однородные дифференциальные уравнения первого порядка; линейные дифференциальные уравнения первого порядка; дифференциальные уравнения в полных дифференциалах –

определение и методы решения. Дифференциальные уравнения, не разрешенные относительно производной: простейшие дифференциальные уравнения и их решение: уравнения Клеро и Лагранжа.

- Тема 3. Дифференциальные уравнения высших порядков
 Определение и классификация: основные понятия теории. Простейшие типы дифференциальных уравнений высших порядков, допускающие понижения порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка: теорема о структуре общего решения. Уравнения с постоянными коэффициентами и их решение. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка: теорема о структуре общего решения. Уравнения с постоянными коэффициентами и построение общего решения: метод Лагранжа и метод неопределенных коэффициентов (уравнения со специальной правой частью).

Семестр 4

- Тема 4. Системы дифференциальных уравнений
 определение и основные понятия; задача Коши. Нормальная система и механическая интерпретация её решения, интегрирование нормальных систем.
- Тема 5. Теория устойчивости
 Связь математической модели с реальностью; влияние начальных условий на решение системы дифференциальных уравнений. Точки покоя и их классификация; простейшие точки покоя.
- Тема 6. Краевые задачи для линейных уравнений второго порядка
 Постановка краевых задач и их физическое содержание. Линейная, однородная и неоднородная краевые задачи. Задачи на собственные значения. Математическое моделирование на основе краевых задач: дифференциальное уравнение изгиба балки.
- Тема 7. Численные методы решения дифференциальных уравнений
 Приближенное интегрирование дифференциальных уравнений первого порядка: методы Эйлера, Рунге-Кутты. Приближенное интегрирование систем дифференциальных уравнений и уравнений высших порядков. Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью рядов.
- Тема 8. Дифференциальные уравнения с частными производными
 Вывод уравнений и их классификация. Понятие о методах решения.

4.3. Лекции

№ п/п	Название темы	Объем часов
-------	---------------	-------------

		Очная форма	Очно- заочная форма	Заочная форма
Семестр 3		32		-
Тема 1.	Понятие дифференциального уравнения	8	4	-
Тема 2.	Дифференциальные уравнения первого порядка	12	4	-
Тема 3.	Дифференциальные уравнения высших порядков	12	4	-
Семестр 4		34		
Тема 4.	Системы дифференциальных уравнений	8	4	-
Тема 5.	Теория устойчивости	6	4	-
Тема 6.	Краевые задачи для линейных уравнений второго порядка	8	4	-
Тема 7.	Численные методы решения дифференциальных уравнений	6	4	-
Тема 8.	Дифференциальные уравнения с частными производными	6	2	-
Итого:		66	30	-

4.4. Практические (семинарские) занятия

№ п/п	Название темы	Объем часов		
		Очная форма	Очно-заочная форма	Заочная форма
Семестр 3		32		-
Тема 1.	Понятие дифференциального уравнения	8	4	-
Тема 2.	Дифференциальные уравнения первого порядка	12	4	-
Тема 3.	Дифференциальные уравнения высших порядков	12	4	-
Семестр 4		34		
Тема 4.	Системы дифференциальных уравнений	8	4	-
Тема 5.	Теория устойчивости	6	2	-
Тема 6.	Краевые задачи для линейных уравнений второго порядка	8	4	-
Тема 7.	Численные методы решения дифференциальных уравнений	6	2	-
Тема 8.	Дифференциальные уравнения с частными производными	6	2	-
Итого:		66	26	-

4.5. Лабораторные работы

Не предусмотрены

4.6. Самостоятельная работа студентов

№ п/п	Название темы	Вид СРС	Объем часов
-------	---------------	---------	-------------

			Очная форма	Очно- заочная форма	Заочная форма
Семестр 3			62		-
Тема 1.	Особые точки и особые решения дифференциального уравнения первого порядка	выполнение индивидуального задания; выполнение домашнего задания	14	28	-
Тема 2.	Нули решений дифференциального уравнения второго порядка	выполнение индивидуального задания; теоретический отчет	16	28	-
Тема 3.	Задачи с начальными условиями (задача Коши) и приложения дифференциальных уравнений в физике	выполнение индивидуального задания; выполнение домашнего задания	16	28	-
Тема 4.	Математическое моделирование физических процессов на примере математического маятника	выполнение индивидуального задания; теоретический отчет	16	32	-
Семестр 4			94		
Тема 5.	Математические модели на основе систем дифференциальных уравнений	выполнение курсовой работы; выполнение домашнего задания; подготовка к экзамену	24	28	-
Тема 6.	Классификация краевых задач	выполнение курсовой работы; теоретический отчет; подготовка к экзамену	24	28	-
Тема 7.	Приближенное интегрирование дифференциальных уравнений первого порядка методом Адамса	выполнение курсовой работы; выполнение домашнего задания; подготовка к экзамену	24	28	-
Тема 8.	Асимптотическая устойчивость	выполнение курсовой работы; теоретический отчет; подготовка к экзамену	22	32	-
Итого:			156	232	-

4.7. Курсовые работы/проекты

Курсовые работы выполняются по следующим тематикам:

1. Линейные уравнения второго порядка.
2. Линейные уравнения второго порядка с дискретным временем.
3. Фазовый портрет и бифуркации.
4. Системы линейных уравнений и резонанс.

5. Резонанс.
6. Законы Кеплера и движение в потенциале Ньютона.
7. 2-й закон Кеплера и сохранение момента количества движения.
8. Гамильтоновы системы и вариационные принципы.
9. Движение в одномерном потенциале.
10. Математический и физический маятник.
11. Линейные системы, сохраняющие положительность, и возрастание энтропии.
12. Нелинейные системы и возрастание энтропии.
13. Дискретные уравнения и возрастание энтропии.
14. Устойчивые особые точки.
15. Уравнения с частными производными первого порядка и уравнения неразрывности.

5. Образовательные технологии

Преподавание дисциплины ведется с применением следующих видов образовательных технологий:

- традиционные объяснительно-иллюстративные технологии, которые обеспечивают доступность учебного материала для большинства студентов, системность, отработанность организационных форм и привычных методов, относительно малые затраты времени;

- технологии проблемного обучения, направленные на развитие познавательной активности, творческой самостоятельности студентов и предполагающие последовательное и целенаправленное выдвижение перед студентом познавательных задач, разрешение которых позволяет студентам активно усваивать знания (используются поисковые методы; постановка познавательных задач);

- технологии развивающего обучения, позволяющие ориентировать учебный процесс на потенциальные возможности студентов, их реализацию и развитие;

- технологии концентрированного обучения, суть которых состоит в создании максимально близкой к естественным психологическим особенностям человеческого восприятия структуры учебного процесса и которые дают возможность глубокого и системного изучения содержания учебных дисциплин за счет объединения занятий в тематические блоки;

- технологии модульного обучения, дающие возможность обеспечения гибкости процесса обучения, адаптации его к индивидуальным потребностям и особенностям обучающихся (применяются, как правило, при самостоятельном обучении студентов по индивидуальному учебному плану);

- технологии дифференцированного обучения, обеспечивающие возможность создания оптимальных условий для развития интересов и способностей студентов, в том числе и студентов с особыми образовательными потребностями, что позволяет реализовать в культурно-образовательном пространстве университета идею создания равных возможностей для получения образования

– технологии активного (контекстного) обучения, с помощью которых осуществляется моделирование предметного, проблемного и социального содержания будущей профессиональной деятельности студентов (используются активные и интерактивные методы обучения) и т.д.

Максимальная эффективность педагогического процесса достигается путем конструирования оптимального комплекса педагогических технологий и (или) их элементов на личностно-ориентированной, деятельностной, диалогической основе и использования необходимых современных средств обучения.

6. Формы контроля освоения дисциплины

Текущая аттестация студентов производится в дискретные временные интервалы лектором или преподавателем, ведущим практические занятия по дисциплине, в следующих формах:

- фронтальные и индивидуальные опросы;
- проверка домашнего задания;
- проверка теоретических отчётов;
- защита индивидуальных заданий.

Фонды оценочных средств, включающие типовые индивидуальные задания, контрольные работы, позволяющие оценить результаты текущей и промежуточной аттестации обучающихся по данной дисциплине, помещаются в приложении к рабочей программе в соответствии с «Положением о фонде оценочных средств».

Промежуточная аттестация по результатам освоения дисциплины проходит в форме:

письменного экзамена, включающего теоретические вопросы и практические задания. В случае неполного, спорного или некорректного выполнения задания письменного экзамена, допускается уточняющий устный опрос студента, на основании которого возможна корректировка оценки результатов промежуточной аттестации. Допуск к промежуточной аттестации производится на основании положительных результатов по всем формам текущего контроля;

зачета (предполагает выполнение всех видов учебной работы, предусмотренных рабочей программой учебной дисциплины).

В экзаменационную ведомость и зачетную книжку выставляются оценки по шкале, приведенной в таблице.

Шкала оценивания	Характеристика знания предмета и ответов	
отлично (5)	Студент глубоко и в полном объеме владеет программным материалом. Грамотно, исчерпывающе и логично его излагает в устной или письменной форме. При этом знает рекомендованную литературу, проявляет творческий подход в ответах на вопросы и правильно обосновывает принятые решения, хорошо владеет умениями и навыками при выполнении практических задач.	зачтено
хорошо (4)	Студент знает программный материал, грамотно и по сути излагает его в устной или письменной форме, допуская незначительные неточности в утверждениях, трактовках, определениях и категориях или незначительное количество ошибок. При этом владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических задач.	
удовлетворительно (3)	Студент знает только основной программный материал, допускает неточности, недостаточно четкие формулировки, непоследовательность в ответах, излагаемых в устной или письменной форме. При этом недостаточно владеет умениями и навыками при выполнении практических задач. Допускает до 30% ошибок в излагаемых ответах.	
неудовлетворительно (2)	Студент не знает значительной части программного материала. При этом допускает принципиальные ошибки в доказательствах, в трактовке понятий и категорий, проявляет низкую культуру знаний, не владеет основными умениями и навыками при выполнении практических задач. Студент отказывается от ответов на дополнительные вопросы.	не зачтено

7. Учебно-методическое и программно-информационное обеспечение дисциплины:

а) основная литература:

Агафонов С.А., Дифференциальные уравнения. Вып. VIII : учеб. для вузов / С.А. Агафонов, А.Д. Герман, Т.В. Муратова - М. : Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2011. - 347 с. (Математика в техническом университете) - ISBN 978-5-7038-3537-1 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785703835371.html> (дата обращения: 01.09.2022). - Режим доступа : по подписке.

Дубровский В.В., Обыкновенные дифференциальные уравнения. Теория и приложения : учеб. пособие / В.В. Дубровский, С.И. Кадченко - М. : ФЛИНТА, 2015. - 180 с. - ISBN 978-5-9765-2197-1 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976521971.html> (дата обращения: 01.09.2022). - Режим доступа : по подписке.

Треногин В.А., Обыкновенные дифференциальные уравнения / Треногин В.А. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2009. - ISBN 978-5-9221-1063-1 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922110631.html> (дата обращения: 01.09.2022). - Режим доступа : по подписке.

б) дополнительная литература:

Арнольд В. И. Обыкновенные дифференциальные уравнения [Текст] : учеб. пособие / В. И. Арнольд. - 2-е изд., стер. - М. : Наука, 1975. - 239 с.

Бугров Я. С. Дифференциальные и интегральные исчисления [Текст] : учебник / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. - 4-е изд., перераб. и доп. - Ростов н/Д. : Феникс, 1997. - 512 с.

Демидович Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу [Текст] : учеб. пособие / Б. П. Демидович. - 10-е изд., испр. - М. : Наука, 1990. - 624 с.

Тихонов А. Н. Дифференциальные уравнения [Текст] : учебник / А. Н. Тихонов, А. Б. Васильева, А. Г. Свешников. - М. : Наука, 1980. - 231 с.

Тихонов А.Н., Дифференциальные уравнения : Учеб. для вузов / Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А. Г. - 4-е изд., - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 256 с. (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 6) - ISBN 978-5-9221-0277-3 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922102773.html> (дата обращения: 01.09.2022). - Режим доступа : по подписке.

Федорюк М. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения [Текст] : учеб. пособие / М. В. Федорюк. - М. : Наука, 1980. - 352 с.

Швед О. П. Дифференциальные уравнения. Ч. 1 [Текст] : учеб. пособие / О. П. Швед. - Луганск : Изд-во ВУГУ, 2000. - 259 с.

Швед О. П. Дифференциальные уравнения. Ч. 2 [Текст] : учеб. пособие / О. П. Швед. - Луганск : Изд-во ВУГУ, 2000. - 241 с.

в) методические указания:

Конспект лекций по дисциплине «Дифференциальные уравнения» для студентов, обучающихся по направлению подготовки «01.03.02 Прикладная математика и информатика» [Электронный ресурс] / сост. М. Ю. Бранспиз. - Луганск : ЛНУ им. В. Даля, 2019.

Методические указания к выполнению индивидуального задания по дисциплине «Дифференциальные уравнения» для студентов, обучающихся по направлению подготовки «01.03.02 Прикладная математика и информатика» [Электронный ресурс] / сост. М. Ю. Бранспиз. - Луганск : ЛНУ им. В. Даля, 2019. - 18 с.

Методические указания к выполнению контрольной работы по дисциплине «Дифференциальные уравнения» для студентов заочной формы обучения, обучающихся по направлению подготовки «01.03.02 -Прикладная математика и информатика» [Электронный ресурс] / сост. М. Ю. Бранспиз. - Луганск : ЛНУ им. В. Даля, 2019. - 14 с.

Методические указания к выполнению курсовой работы по дисциплине «Дифференциальные уравнения» для студентов, обучающихся по

направлению подготовки «01.03.02 Прикладная математика и информатика» [Электронный ресурс] / сост. М. Ю. Бранспиз. - Луганск : ЛНУ им. В. Даля, 2019. - 34 с.

Методические указания к практическим занятиям по дисциплине «Дифференциальные уравнения» для студентов, обучающихся по направлению подготовки «01.03.02 Прикладная математика и информатика» [Электронный ресурс] / сост. М. Ю. Бранспиз. - Луганск : ЛНУ им. В. Даля, 2019. - 63 с.

г) Интернет-ресурсы:

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации – <https://minobrnauki.gov.ru/>

Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки – <http://obrnadzor.gov.ru/>

Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования – <http://fgosvo.ru>

Федеральный портал «Российское образование» – <http://www.edu.ru/>

Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» – <http://window.edu.ru/>

Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов – <http://fcior.edu.ru/>

Электронные библиотечные системы и ресурсы

Электронно-библиотечная система «Консультант студента» – <http://www.studentlibrary.ru/cgi-bin/mb4x>

Информационный ресурс библиотеки образовательной организации

Научная библиотека имени А. Н. Коняева – <http://biblio.dahluniver.ru/>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Освоение дисциплины предполагает использование академических аудиторий, соответствующих действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.

Прочее: рабочее место преподавателя, оснащенное компьютером с доступом в Интернет.

Программное обеспечение:

Функциональное назначение	Бесплатное программное обеспечение	Ссылки
Офисный пакет	Libre Office 6.3.1	https://www.libreoffice.org/ https://ru.wikipedia.org/wiki/LibreOffice
Операционная система	UBUNTU 19.04	https://ubuntu.com/ https://ru.wikipedia.org/wiki/Ubuntu
Браузер	Firefox Mozilla	http://www.mozilla.org/ru/firefox/fx
Браузер	Opera	http://www.opera.com
Почтовый клиент	Mozilla Thunderbird	http://www.mozilla.org/ru/thunderbird
Файл-менеджер	Far Manager	http://www.farmanager.com/download.php
Архиватор	7Zip	http://www.7-zip.org/
Графический редактор	GIMP (GNU Image Manipulation Program)	http://www.gimp.org/ http://gimp.ru/viewpage.php?page_id=8 http://ru.wikipedia.org/wiki/GIMP
Редактор PDF	PDFCreator	http://www.pdfforge.org/pdfcreator
Аудиоплеер	VLC	http://www.videolan.org/vlc/

**Паспорт
фонда оценочных средств по учебной дисциплине
«Дифференциальные уравнения»**

**Перечень компетенций (элементов компетенций),
формируемых в результате освоения учебной дисциплины**

№ п/п	Код контролируемой компетенции	Формулировка контролируемой компетенции	Контролируемые темы учебной дисциплины	Этапы формирования (семестр изучения)
1	ОПК-1	способен использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, в профессиональной деятельности	Тема 1. Понятие дифференциального уравнения Тема 2. Дифференциальные уравнения первого порядка Тема 3. Дифференциальные уравнения высших порядков Тема 4. Системы дифференциальных уравнений Тема 5. Теория устойчивости Тема 6. Краевые задачи для линейных уравнений второго порядка Тема 7. Численные методы решения дифференциальных уравнений Тема 8. Дифференциальные уравнения с частными производными	начальный (3-4)
2	ОПК-5	способен использовать педагогической деятельности научные основы знаний в сфере математики и механики	Тема 1. Понятие дифференциального уравнения Тема 2. Дифференциальные уравнения первого порядка	начальный (3-4)

			Тема 3. Дифференциальные уравнения высших порядков Тема 4. Системы дифференциальных уравнений Тема 5. Теория устойчивости Тема 6. Краевые задачи для линейных уравнений второго порядка Тема 7. Численные методы решения дифференциальных уравнений Тема 8. Дифференциальные уравнения с частными производными	
--	--	--	---	--

**Показатели и критерии оценивания компетенций,
описание шкал оценивания**

№ п/п	Код контролируемой компетенции	Показатель оценивания (знания, умения, навыки)	Контролируемые темы учебной дисциплины	Наименование оценочного средства
1	ОПК-1 ОПК-5	знать: определение дифференциального уравнения, общего и частного решения, их геометрический смысл; общую теорию линейных однородных и неоднородных дифференциальных уравнений; схемы решения линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами; определение асимптотической устойчивости и классификацию точек покоя автономной системы; типы краевых задач и граничных	Тема 1. Понятие дифференциального уравнения Тема 2. Дифференциальные уравнения первого порядка Тема 3. Дифференциальные уравнения высших порядков Тема 4. Системы дифференциальных уравнений Тема 5. Теория устойчивости Тема 6. Краевые задачи	Фронтальные и индивидуальные опросы; домашние задания; индивидуальные задания; теоретические отчеты; курсовая работа; промежуточная аттестация (зачет, экзамен)

		условий; определение задачи Штурма - Лиувилля для обыкновенного дифференциального уравнения. уметь: классифицировать дифференциальные уравнения и применять необходимые методы для решения этих уравнений; решать линейные дифференциальные уравнения n-го порядка и систем линейных уравнений с постоянными коэффициентами; находить точки покоя автономной системы; решать задачу Штурма-Лиувилля для линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами, использовать математический аппарат для освоения теоретических основ и практического использования физических методов. владеть навыками: решения дифференциальных уравнений первого порядка; методами решения линейных дифференциальных уравнений n-го порядка с постоянными коэффициентами, навыками использования математического аппарата для решения физических задач.	для линейных уравнений второго порядка Тема 7. Численные методы решения дифференциальных уравнений Тема 8. Дифференциальные уравнения с частными производными	
--	--	---	--	--

**Фонды оценочных средств по дисциплине
«Дифференциальные уравнения»**

Вопросы для фронтальных и индивидуальных опросов:

Тема 1. Понятие дифференциального уравнения.

1. Определение дифференциального уравнения.
2. Определение порядка дифференциального уравнения.
3. Понятие решения дифференциального уравнения.
4. Понятие интеграла дифференциального уравнения.
5. Геометрическая интерпретация дифференциального уравнения.
6. Геометрическая интерпретация решения дифференциального уравнения.
7. Классификация дифференциальных уравнений, примеры.
8. Понятие порядка и степени дифференциального уравнения

Тема 2. Дифференциальные уравнения первого порядка.

9. Основные понятия и классификация дифференциальных уравнений первого порядка.
10. Дифференциальные уравнения, разрешенные относительно производной.
11. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
12. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
13. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
14. Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах – определение и методы решения.
15. Дифференциальные уравнения, не разрешенные относительно производной.
16. Простейшие дифференциальные уравнения и их решение.
17. Уравнения Клеро и Лагранжа.

Тема 3. Дифференциальные уравнения высших порядков.

18. Определение и классификация дифференциальных уравнений высших порядков.
19. Основные понятия теории дифференциальных уравнений высших порядков.
20. Простейшие типы дифференциальных уравнений высших порядков, допускающие понижения порядка.
21. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка.
22. Теорема о структуре общего решения однородного дифференциального уравнения второго порядка.
23. Дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами и их решение.
24. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка.

25. Теорема о структуре общего решения неоднородного дифференциального уравнения второго порядка.
26. Уравнения с постоянными коэффициентами и построение общего решения.
27. Метод Лагранжа.
28. Метод неопределенных коэффициентов.
29. Уравнения со специальной правой частью.

Тема 4. Системы дифференциальных уравнений.

30. Определение системы дифференциальных уравнений.
31. Основные понятия, используемые при решении систем дифференциальных уравнений.
32. Задача Коши для систем дифференциальных уравнений.
33. Нормальная система дифференциальных уравнений.
34. Механическая интерпретация решения системы дифференциальных уравнений.
35. Интегрирование нормальных систем дифференциальных уравнений (СДУ).
36. Сформулировать суть метода исключения неизвестных для решения СДУ.
37. Привести схему интегрирования однородной линейной СДУ с постоянными коэффициентами методом Эйлера.
38. Дать определение характеристического уравнения и характеристических чисел однородной линейной СДУ. Указать вид ее общего решения.

Тема 5. Теория устойчивости.

39. Связь математической модели с реальностью.
40. Влияние начальных условий на решение системы дифференциальных уравнений.
41. Понятие точки покоя.
42. Классификация точек покоя.
43. Простейшие точки покоя.
44. Понятие устойчивости по Ляпунову, асимптотической устойчивости.
45. Первый метод Ляпунова.
46. Исследование устойчивости/ неустойчивости систем дифференциальных уравнений по первому приближению.
47. Второй метод Ляпунова.
48. Знакоопределенные и знакопостоянные функции.
49. Гладкие функции Ляпунова.
50. Теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости.
51. Оценки области допустимых возмущений и времени переходного процесса.
52. Теорема Красовского об асимптотической устойчивости.
53. Устойчивость линейных систем с периодическими коэффициентами.

- 54. Устойчивость потенциальных систем.
- 55. Теорема Лагранжа.
- 56. Влияние структуры сил на устойчивость.

Тема 6. Краевые задачи для линейных уравнений второго порядка.

- 57. Постановка краевых задач.
- 58. Физическое содержание краевых задач.
- 59. Линейная краевая задача.
- 60. Однородная краевая задача.
- 61. Неоднородная краевая задача.
- 62. Задачи на собственные значения.
- 63. Математическое моделирование на основе краевых задач.
- 64. Дифференциальное уравнение изгиба балки.

Тема 7. Численные методы решения дифференциальных уравнений.

- 65. Приближенное интегрирование дифференциальных уравнений первого порядка.
- 66. Метод Эйлера.
- 67. Метод Рунге-Кутты.
- 68. Приближенное интегрирование систем дифференциальных уравнений.
- 69. Приближенное интегрирование уравнений высших порядков.
- 70. Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью рядов.
- 71. Метод центральной (срединной) точки для дифференциальных уравнений.
- 72. Метод трапеций для дифференциальных уравнений.

Тема 8. Дифференциальные уравнения с частными производными.

- 73. Простейшие уравнения в частных производных.
- 74. Вывод дифференциальных уравнений в частных производных.
- 75. Классификация дифференциальных уравнений в частных производных.
- 76. Линейные однородные уравнения первого порядка.
- 77. Линейные неоднородные уравнения первого порядка.
- 78. Понятие о методах решения дифференциальных уравнений в частных производных.
- 79. Приведение линейных уравнений второго порядка к канонической форме.
- 80. Решение уравнений второго порядка с помощью приведения к канонической форме.

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «фронтальный и индивидуальный опрос»

Шкала оценивания	Критерий оценивания
------------------	---------------------

отлично (5)	Студент глубоко и в полном объёме владеет программным материалом. Грамотно, исчерпывающе и логично его излагает в устной или письменной форме. При этом знает рекомендованную литературу, проявляет творческий подход в ответах на вопросы и правильно обосновывает принятые решения, хорошо владеет умениями и навыками при выполнении практических задач.
хорошо (4)	Студент знает программный материал, грамотно и по сути излагает его в устной или письменной форме, допуская незначительные неточности в утверждениях, трактовках, определениях и категориях или незначительное количество ошибок. При этом владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических задач.
удовлетворительно (3)	Студент знает только основной программный материал, допускает неточности, недостаточно чёткие формулировки, непоследовательность в ответах, излагаемых в устной или письменной форме. При этом недостаточно владеет умениями и навыками при выполнении практических задач. Допускает до 30% ошибок в излагаемых ответах.
неудовлетворительно (2)	Студент не знает значительной части программного материала. При этом допускает принципиальные ошибки в доказательствах, в трактовке понятий и категорий, проявляет низкую культуру знаний, не владеет основными умениями и навыками при выполнении практических задач. Студент отказывается от ответов на дополнительные вопросы

Контрольные работы:

Не предусмотрены

Варианты индивидуальных заданий:

Типовые варианты индивидуальных заданий

Семестр 3.

Вариант 1.

1. Найти общее решение дифференциальных уравнений:

а) $(x^2 - y^2)y' = 2xy$;	в) $2xyy' = (y')^2 - 1$;
б) $xy' - y = x^2$;	г) $xy' + y = 3$.

2. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее начальным условиям $y'' + 4y' + 4y = e^{2x}$, $y(0) = 1$, $y'(0) = -1$.

3. Найти общее решение системы дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x + y \\ \frac{dy}{dt} = 8x + y \end{cases}.$$

4. Записать уравнение кривой, проходящей через точку $A(5;2)$, если известно, что угловой коэффициент касательной в любой ее точке в 3 раз больше углового коэффициента прямой, соединяющей точку А с началом координат.

5. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' = \sin x$

6. Найти общее решение дифференциального уравнения методом вариации произвольных постоянных $y'' - y = \frac{e^x}{e^x - 1}$.

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «индивидуальные задания»

Шкала оценивания (интервал баллов)	Критерий оценивания
Зачтено	Правильно решены 90-100% заданий
Не зачтено	Правильно решены менее 90% заданий

Темы теоретических отчётов:

Семестр 3.

1. Нули решений дифференциального уравнения второго порядка.
2. Математическое моделирование физических процессов на примере математического маятника.

Семестр 4.

3. Классификация краевых задач.
4. Асимптотическая устойчивость.

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «теоретические отчёты»

Шкала оценивания	Критерий оценивания
Зачтено	Теоретический отчёт написан на достаточно высоком теоретическом уровне, в полной мере раскрывает содержание заданной темы, приведён фактический материал, по которому сделаны правильные выводы и обобщения, произведена увязка теории с практикой современной действительности, работа оформлена правильно.
Не зачтено	Теоретический отчёт переписан с одного или нескольких источников.

Домашнее задание:

Семестр 3.

1. Особые точки и особые решения дифференциального уравнения первого порядка

1.1. Найти и исследовать особые точки данных уравнений. Дать качественную картину поведения интегральных кривых:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } \frac{dy}{dx} = \frac{2x+y}{3x+4y}; & \text{б) } \frac{dy}{dx} = \frac{2x-y}{x-y}; & \text{в) } \frac{dy}{dx} = \frac{2y-x}{3x+6}; \\ \text{г) } \frac{dy}{dx} = \frac{2x+y}{x-2y-5}; & \text{д) } \frac{dy}{dx} = \frac{y-2x}{2y-3x}. \end{array}$$

1.2. Найти и исследовать особые точки данных уравнений. Дать качественную картину поведения интегральных кривых:

$$\text{а) } \frac{dy}{dx} = \frac{4y^2 - x^2}{2xy - 4y - 8}; \quad \text{б) } \frac{dy}{dx} = \frac{\arctg(x^2 + xy)}{\sqrt{x^2 - y + 2} - 2}; \quad \text{в) } \frac{dy}{dx} = \frac{x^2 - y^2}{\ln \frac{y^2 - y + 1}{3}}.$$

1.3. Выяснить характер особых точек кривых:

$$\text{а) } (y - x^2)^2 = x^5.$$

$$\text{б) } (x^2 + y^2)(x - a)^2 = b^2 x^2 \quad (a > 0, b > 0).$$

Рассмотреть три случая: 1) $a > b$; 2) $a = b$; 3) $a < b$.

$$1.4 \text{ Найти огибающую семейства окружностей } (x - a)^2 + y^2 = \frac{a^2}{2}.$$

1.5. Найти кривую, которую огибает отрезок длины l , когда его концы скользят по осям координат.

1.6. Найти огибающую эллипсов постоянной площади S , оси симметрии которых совпадают.

1.7. Уравнение траектории движения снаряда, выпущенного из точки O с начальной скоростью v_0 под углом α к горизонту (без учёта сопротивления воздуха), будет

$$y = x \operatorname{tg} \alpha - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha}.$$

Принимая угол α за параметр, найти огибающую всех траекторий снаряда, расположенных в одной и той же вертикальной плоскости.

1.8. Проинтегрировать уравнения, выделить особые решения и сделать чертёж:

а) $(y' + 1)^3 = 27(x + y)^2$. в) $y^2(y')^2 - 2xyy' + 2y^2 - x^2 = 0$.

б) $y(y - 2xy')^2 = 2y'$. г) $(y')^3 = 3(xy' - y)$.

1.9 Найти ортогональные траектории для данных семейств кривых:

а) $x^2 - y^2 = a^2$. б) $\cos y = ae^{-x}$.

1.9. Найти изогональные траектории для семейства кривых $3x^2 + y^2 = C$, пересекающие эти кривые под углом $\varphi = 30^\circ$.

2. Задачи с начальными условиями (задача Коши) и приложения дифференциальных уравнений в физике.

2.1. Решить задачу Коши для следующих дифференциальных уравнений:

а) $y' \sin x - y \cos x = 0$; $y \Big|_{x=\frac{\pi}{2}} = 1$.

б) $y' + \sin(x - y) = \sin(x + y)$; $y|_{x=\pi} = \frac{\pi}{2}$.

в) $y + xy' = a(1 + xy)$; $y \Big|_{x=\frac{1}{a}} = -a$.

г) $x^2 y' + \cos 2y = 1$; $y \rightarrow \frac{10}{3}\pi$ при $x \rightarrow +\infty$.

2.2. Найти кривую, обладающую тем свойством, что отрезок касательной к кривой, заключённый между осями координат, делится в точке касания пополам.

2.3. Найти кривую, для которой площадь Q , ограниченная кривой, осью Ox и двумя прямыми $X = 0$, $X = x$, является данной функцией от y : $Q = a^2 \ln \frac{y}{a}$.

2.4. Корабль замедляет своё движение под действием силы сопротивления воды, которое пропорционально скорости корабля. Начальная скорость корабля 10 м / с , скорость его через 5 с станет 8 м / с . Когда скорость уменьшится до 1 м / с ?

2.5. Пуля входит в доску толщиной $h = 10 \text{ см}$ со скоростью $v_0 = 200 \text{ м / с}$, а вылетает из доски, пробив её, со скоростью $v_1 = 80 \text{ м / с}$. Считая, что сила сопротивления доски движению пули пропорциональна квадрату скорости движения, найти время движения пули через доску.

2.6. По закону Ньютона скорость охлаждения какого-либо тела в воздухе пропорциональна разности между температурой T тела и температурой воздуха T_0 . Если температура воздуха равна 20°C , и тело в течение 20 мин. охлаждается от 100° до 60° , то через сколько времени его температура понизится до 30° ?

Семестр 4.

3. Математические модели на основе систем дифференциальных уравнений.

Вывести:

а) уравнение теплопроводности при моделировании теплотехнических, радиоэлектронных и других устройств и металлургических и литейных процессов, связывающее изменение температуры в пространстве и во времени со свойствами среды;

б) уравнение диффузии при формализации процессов, связанных с массообменным изменением концентраций свободных носителей электрического заряда и т.д.;

в) уравнение неразрывности при моделировании задач гидродинамики, заключающееся в определении полей скоростей, давления, плотности в жидкости, движущейся под действием заданных внешних сил;

г) уравнение процесса газообмена теплового двигателя.

4. Приближенное интегрирование дифференциальных уравнений первого порядка методом Адамса.

Проинтегрировать приближённо дифференциальные уравнения методом Адамса:

$$1. (3y - 7x + 7)dx - (3x - 7y - 3)dy = 0.$$

$$2. 8x + 4y + 1 + (4x + 2y + 1)y' = 0.$$

$$3. (y' + 1) \ln \frac{y+x}{x+3} = \frac{y+x}{x+3}.$$

$$4. y' x \ln x - y = 3x^3 \ln^2 x.$$

$$5. x(2x^2 + y^2) + y(x^2 + 2y^2)y' = 0.$$

$$6. \frac{2xdx}{y^3} + \frac{(y^2 - 3x^2)dy}{y^4} = 0$$

$$7. (x + \sin x + \sin y) dx + \cos y dy = 0.$$

$$8. (2xy^2 - 3y^3) dx + (7 - 3xy^2) dy = 0.$$

$$9. y = 2xy' + \frac{x^2}{2} + (y')^2.$$

$$10. (y')^4 = 4y(xy' - 2y)^2.$$

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «домашние задания»

Шкала оценивания (интервал баллов)	Критерий оценивания
Зачтено	Правильно решены 90-100% заданий
Не зачтено	Правильно решены менее 90% заданий

Темы курсовых работ:

4 семестр

1. Линейные уравнения второго порядка.
2. Линейные уравнения второго порядка с дискретным временем.
3. Фазовый портрет и бифуркации.
4. Системы линейных уравнений и резонанс.
5. Резонанс.
6. Законы Кеплера и движение в потенциале Ньютона.
7. 2-й закон Кеплера и сохранение момента количества движения.
8. Гамильтоновы системы и вариационные принципы.
9. Движение в одномерном потенциале.
10. Математический и физический маятник.
11. Линейные системы, сохраняющие положительность, и возрастание энтропии.
12. Нелинейные системы и возрастание энтропии.
13. Дискретные уравнения и возрастание энтропии.
14. Устойчивые особые точки.
15. Уравнения с частными производными первого порядка и уравнения неразрывности.

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «курсовая работа»

Шкала оценивания	Критерий оценивания
отлично (5)	Студент глубоко и в полном объёме владеет программным материалом. Грамотно, исчерпывающе и логично его излагает в устной или письменной форме. При этом знает рекомендованную литературу, проявляет творческий подход в ответах на вопросы и правильно обосновывает принятые решения, хорошо владеет умениями и навыками при выполнении курсовой работы.
хорошо (4)	Студент знает программный материал, грамотно и по сути излагает его в устной или письменной форме, допуская незначительные неточности в утверждениях, трактовках, определениях и категориях или незначительное количество ошибок. При этом владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении курсовой работы.
удовлетворительно (3)	Студент знает только основной программный материал, допускает неточности, недостаточно чёткие формулировки, непоследовательность в ответах, излагаемых в устной или письменной форме. При этом недостаточно владеет умениями и навыками при выполнении курсовой работы. Допускает до 30% ошибок в излагаемых ответах.
неудовлетворительно (2)	Студент не знает значительной части программного материала. При этом допускает принципиальные ошибки в доказательствах, в трактовке понятий и категорий, проявляет низкую культуру знаний, не владеет основными умениями и навыками при выполнении курсовой работы. Студент отказывается от ответов на дополнительные вопросы

Оценочные средства для промежуточной аттестации

Семестр 3. (зачёт)

Вопросы к зачёту:

1. Определение дифференциального уравнения.
2. Определение порядка дифференциального уравнения.
3. Понятие решения дифференциального уравнения.
4. Понятие интеграла дифференциального уравнения.
5. Геометрическая интерпретация дифференциального уравнения.
6. Геометрическая интерпретация решения дифференциального уравнения.
7. Классификация дифференциальных уравнений, примеры.
8. Понятие порядка и степени дифференциального уравнения
9. Основные понятия и классификация дифференциальных уравнений первого порядка.
10. Дифференциальные уравнения, разрешенные относительно производной.
11. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
12. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
13. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
14. Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах – определение и методы решения.
15. Дифференциальные уравнения, не разрешенные относительно производной.
16. Простейшие дифференциальные уравнения и их решение.
17. Уравнения Клеро и Лагранжа.
18. Определение и классификация дифференциальных уравнений высших порядков.
19. Основные понятия теории дифференциальных уравнений высших порядков.
20. Простейшие типы дифференциальных уравнений высших порядков, допускающие понижения порядка.
21. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка.
22. Теорема о структуре общего решения однородного дифференциального уравнения второго порядка.
23. Дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами и их решение.
24. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка.
25. Теорема о структуре общего решения неоднородного дифференциального уравнения второго порядка.
26. Дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.
27. Построение общего решения дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами.
28. Метод Лагранжа.
29. Метод неопределенных коэффициентов.

30. Уравнения со специальной правой частью.

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «промежуточный контроль» (зачёт)

Шкала оценивания	Критерий оценивания
зачтено	Студент знает программный материал, грамотно и по сути излагает его в устной или письменной форме, допуская незначительные неточности в утверждениях, трактовках, определениях и категориях или незначительное количество ошибок. При этом владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических задач.
не зачтено	Студент не знает значительной части программного материала. При этом допускает принципиальные ошибки в доказательствах, в трактовке понятий и категорий, проявляет низкую культуру знаний, не владеет основными умениями и навыками при выполнении практических задач. Студент отказывается от ответов на дополнительные вопросы

Семестр 4. (экзамен)

Типовые экзаменационные билеты

ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. В. ДАЛЯ

Кафедра прикладной математики

Предмет «Дифференциальные уравнения»

Билет 1

1. Основные понятия и классификация дифференциальных уравнений первого порядка.

2. Решить дифференциальное уравнение

а) $(4x + 3y - 1)dy = (5y + 5)dx$;

б) $8(4y^3 + xy - y)y' = 1, y(0) = 0$.

Утверждено на заседании кафедры прикладной математики _____.
Протокол _____

Зав. кафедрой

Малый В.В.

Экзаменатор

Бранспиз М. Ю.

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству промежуточный контроль (экзамен)

Шкала оценивания	Критерий оценивания
отлично (5)	Студент глубоко и в полном объёме владеет программным материалом. Грамотно, исчерпывающе и логично его излагает в устной или письменной форме. При этом знает рекомендованную литературу, проявляет творческий подход в ответах на вопросы и правильно обосновывает принятые решения, хорошо владеет умениями и навыками при выполнении практических задач.
хорошо (4)	Студент знает программный материал, грамотно и по сути излагает его в устной или письменной форме, допуская незначительные неточности в утверждениях, трактовках, определениях и категориях или незначительное количество ошибок. При этом владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических задач.
удовлетворительно (3)	Студент знает только основной программный материал, допускает неточности, недостаточно чёткие формулировки, непоследовательность в ответах, излагаемых в устной или письменной форме. При этом недостаточно владеет умениями и навыками при выполнении практических задач. Допускает до 30% ошибок в излагаемых ответах.
неудовлетворительно (2)	Студент не знает значительной части программного материала. При этом допускает принципиальные ошибки в доказательствах, в трактовке понятий и категорий, проявляет низкую культуру знаний, не владеет основными умениями и навыками при выполнении практических задач. Студент отказывается от ответов на дополнительные вопросы

Лист изменений и дополнений

№ п/п	Виды дополнений и изменений	Дата и номер протокола заседания кафедры (кафедр), на котором были рассмотрены и одобрены изменения и дополнения	Подпись (с расшифровкой) заведующего кафедрой (заведующих кафедрами)