

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ ВЛАДИМИРА ДАЛЯ»**

Факультет компьютерных систем и информационных технологий

Кафедра прикладной математики



УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета компьютерных
систем и информационных технологий

Кочевский А. А.

« 19 » апреля 2023 г.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по учебной дисциплине**

«Теория функций комплексного переменного»

01.03.02 Прикладная математика и информатика

«Математическое и программное обеспечение вычислительных машин и
компьютерных сетей»

Разработчик:

доцент _____ Щёлоков В. С.

ФОС рассмотрен и одобрен на заседании кафедры прикладной математики
от 18 апреля 2023 г., протокол № 10

Заведующий кафедрой _____ Малый В. В.

Луганск 2023 г.

**Паспорт
фонда оценочных средств по учебной дисциплине
«Теория функций комплексного переменного»**

**Перечень компетенций (элементов компетенций),
формируемых в результате освоения учебной дисциплины**

№ п/п	Код контролируемой компетенции	Формулировка контролируемой компетенции	Контролируемые темы учебной дисциплины	Этапы формирования (семестр изучения)
1	ОПК-1	способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	Тема 1. Топология комплексных чисел. Тема 2 Понятие функции комплексного переменного Тема 3. Понятие аналитической функции Тема 4. Элементарные функции комплексного переменного Тема 5. Интегрирование функций комплексного переменного Тема 6. Ряды аналитических функций. Степенные ряды Тема 7. Ряды аналитических функций. Ряды Лорана Тема 8. Элементы теории вычетов	основной (5)

**Показатели и критерии оценивания компетенций,
описание шкал оценивания**

№ п/п	Код контролируемой компетенции	Показатель оценивания (знания, умения, навыки)	Контролируемые темы учебной дисциплины	Наименование оценочного средства
1	ОПК-1	знать: основные понятия, определения, теоремы курса. уметь: вычислять производные и	Тема 1. Топология комплексных чисел.	Фронтальные и индивидуальные опросы; контрольные работы;

		интегралы функций комплексной переменной; восстанавливать аналитическую функцию по её действительной или мнимой части; производить конформные отображения с помощью линейной и дробно-линейной функций, степенной и радикала, экспоненты и логарифма, а также тригонометрических функций; представлять элементарные функции комплексного переменного рядами Тейлора, находить их области сходимости. владеть навыками: современных направлений развития комплексного анализа и его приложениях.	Тема 2 Понятие функции комплексного переменного Тема 3. Понятие аналитической функции Тема 4. Элементарные функции комплексного переменного Тема 5. Интегрирование функций комплексного переменного Тема 6. Ряды аналитических функций. Степенные ряды Тема 7. Ряды аналитических функций. Ряды Лорана Тема 8. Элементы теории вычетов	индивидуальные задания, промежуточная аттестация (экзамен)
--	--	---	--	--

Фонды оценочных средств по дисциплине «Теория функций комплексного переменного»

Вопросы для фронтальных и индивидуальных опросов:

Тема 1. Топология комплексных чисел.

Плоскость комплексных чисел, числовые последовательности и ряды. Комплексные числа и действия над ними. Бесконечность и стереографическая проекция. Числовые последовательности и ряды комплексных чисел.

Тема 2 Понятие функции комплексного переменного.

Функции комплексного переменного, функциональные последовательности и ряды. Определение функции комплексного переменного. Действительная и мнимая части функции комплексного переменного. Предел, непрерывность, равномерная непрерывность. Функциональные последовательности и ряды. Равномерная сходимость. Степенные ряды в комплексной области. Круг и радиус сходимости.

Тема 3. Понятие аналитической функции.

Дифференцируемые и аналитические функции. Линейная функция.

Дифференцируемость функции комплексного переменного. Условия Коши - Римана. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Конформные отображения. Определение аналитической функции. Аналитичность суммы степенного ряда. Бесконечная дифференцируемость суммы степенного ряда. Действительная и мнимая части аналитической функции, их связь с гармоническими функциями.

Тема 4. Элементарные функции комплексного переменного.

Элементарные функции, понятие римановой поверхности. Определение и геометрия дробно-линейной функции. Степенная функция и радикал. Понятие римановой поверхности. Показательная и логарифмическая функции. Формула Эйлера. Степень с произвольным показателем. Тригонометрические функции и им обратные.

Тема 5. Интегрирование функций комплексного переменного.

Интеграл от функции комплексного переменного. Определение и вычисление. Теорема Коши для односвязных и многосвязных областей. Интеграл и первообразная. Интегральное определение логарифмической функции. Интегральная формула Коши. Теорема о среднем и принцип максимума модуля.

Тема 6. Ряды аналитических функций. Степенные ряды.

Представление функций рядами Тейлора. Разложение аналитической функции в степенной ряд. Формулы Коши для производных. Неравенства Коши. Целые функции. Теорема Лиувилля. Основная теорема алгебры. Изолированность нулей аналитических функций. Единственность и аналитическое продолжение.

Тема 7. Ряды аналитических функций. Ряды Лорана

Ряды Лорана, изолированные особые точки. Изолированные особые точки. Представление аналитических функций рядами Лорана. Единственность разложения функции в ряд Лорана. Классификация изолированных особых точек: устранимая особая точка, полюс, существенно особая точка. Классификация особенностей в точке $z = \infty$.

Тема 8. Элементы теории вычетов

Вычеты и их применение. Определение вычета и его вычисление. Основная теорема о вычетах. Применение вычетов к вычислению определенных интегралов.

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «фронтальный и индивидуальный опрос»

Шкала оценивания	Критерий оценивания
отлично (5)	Студент глубоко и в полном объеме владеет программным материалом. Грамотно, исчерпывающе и логично его излагает в

	устной или письменной форме. При этом знает рекомендованную литературу, проявляет творческий подход в ответах на вопросы и правильно обосновывает принятые решения, хорошо владеет умениями и навыками при выполнении практических задач.
хорошо (4)	Студент знает программный материал, грамотно и по сути излагает его в устной или письменной форме, допуская незначительные неточности в утверждениях, трактовках, определениях и категориях или незначительное количество ошибок. При этом владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических задач.
удовлетворительно (3)	Студент знает только основной программный материал, допускает неточности, недостаточно чёткие формулировки, непоследовательность в ответах, излагаемых в устной или письменной форме. При этом недостаточно владеет умениями и навыками при выполнении практических задач. Допускает до 30% ошибок в излагаемых ответах.
неудовлетворительно (2)	Студент не знает значительной части программного материала. При этом допускает принципиальные ошибки в доказательствах, в трактовке понятий и категорий, проявляет низкую культуру знаний, не владеет основными умениями и навыками при выполнении практических задач. Студент отказывается от ответов на дополнительные вопросы

Контрольные работы:

Типовые варианты контрольных работ

Вариант 1

1. Вычислить e^{2+3i}
2. Найти множество решений $\operatorname{Re}(z^2 + i) < \operatorname{Im}(z^2 - i)$
3. Найти аналитическую функцию $\omega = u(x, y) + iv(x, y)$ по известной действительной или мнимой части $v(x, y) = 2xy + 2x$
4. Найти особые точки функции $\frac{1}{e^z - 1} - \frac{1}{z}$
5. Разложить в ряд Лорана $\frac{1}{(z-i)(z-1)}, |z| > 1$
6. Найти функцию, отображающую область D на верхнюю полуплоскость $D = \left\{ z : -\frac{\pi}{4} < \arg z < \frac{\pi}{2} \right\}$

Найти образ E области D при отображении $\omega = e^z$;

Найти образы областей D при отображении $\omega = \ln z$, $a(i) = \frac{\pi i}{2}$.

7. Вычислить интеграл. $\int_{|z|=4} \frac{z^2}{z-2i} dz$

8. Используя теорему Руше, найти число корней в круге $|z| < 1$.

$$z^3 - 4z - 1 = 0$$

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «контрольная работа»

Шкала оценивания	Критерий оценивания
5	Контрольная работа выполнена на высоком уровне (правильные ответы даны на 90-100% вопросов/задач)
4	Контрольная работа выполнена на среднем уровне (правильные ответы даны на 75-89% вопросов/задач)
3	Контрольная работа выполнена на низком уровне (правильные ответы даны на 50-74% вопросов/задач)
2	Контрольная работа выполнена на неудовлетворительном уровне (правильные ответы даны менее чем на 50%)

Варианты индивидуальных заданий:

Типовые варианты индивидуальных заданий

Пример №1. Проверить, будет ли аналитической заданная функция $W = f(z)$

1. $W = (1+i)(1-i)$

Пример №2. Найти аналитическую функцию $f(z) = U + iV$ по заданной действительной и мнимой части.

1. $U = x^2 - y^2 + 5x + y - y(x^2 + y^2)^{-1}$

Пример №3. Найти коэффициент растяжения и угол поворота в точке z_0 при отображении $W = f(z)$.

1. $W = z^2 + 2z; \quad z_0 = i$

Пример №4. Найти аналитическую функцию, отображающую треугольник с вершинами в точках z_1, z_2, z_3 плоскости z на треугольник с вершинами в точках W_1, W_2, W_3 плоскости W .

1. $z_1 = 0; \quad z_2 = -i; \quad z_3 = i; \quad W_1 = 0; \quad W_2 = \sqrt{2} + \sqrt{2}i \quad W_3 = \sqrt{2} - \sqrt{2}i;$

Пример №5. Пользуясь интегральной формулой Коши, вычислить интеграл $\oint f(z)dz$, если контур интегрирования L представляет собой окружность $|z| = 4$.

1. $f(z) = \frac{2z}{z^2 - 4}$

Пример №6. Рассмотреть различные разложения в ряд Лорана заданной функции в окрестности точки

$$1. \quad f(z) = \frac{z+1}{z(z-1)}$$

Пример №7. Используя разложение в ряд Лорана, определить характер особых точек для функции $f(z)$.

$$1. \quad f(z) = \frac{1}{z-z^3}$$

Пример №8. Найти вычеты в особых точках заданной функции $f(z)$.

$$1. \quad f(z) = \frac{z^2+1}{(z+2)(z-3)}$$

Пример №9. Вычислить интеграл.

$$1. \quad \int_{|z|=2} \frac{e^{2z} dz}{(z+1)(z-1)^3}$$

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «индивидуальные задания»

Шкала оценивания	Критерий оценивания
Зачтено	Правильно решены 90-100% заданий
Не зачтено	Правильно решены менее 90% заданий

Оценочные средства для промежуточной аттестации (экзамен)

Типовые экзаменационные билеты

ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. В. ДАЛЯ Кафедра прикладной математики

Билет №1

Теоретическая часть

1. Комплексные числа и действия над ними. (1 балл)

Практическая часть

1. Найти аналитическую функцию $f(z) = u + vi$ по заданной действительной или мнимой части:

$$u = x^2 + y^2 - 5x + y - \frac{y}{x^2 + y^2} \quad (2 \text{ балла})$$

2. Разложить в ряд Лорана в окрестности точки $z = 0$:

$$f(z) = \frac{z+1}{z(z-1)} \quad (2 \text{ балла})$$

Утверждено на заседании кафедры ПМ, протокол №__ от _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой

доц. Малый В.В.

Лектор

доц. Щелоков В.С..

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству промежуточный контроль (экзамен)

Шкала оценивания	Критерий оценивания
отлично (5)	Студент глубоко и в полном объёме владеет программным материалом. Грамотно, исчерпывающе и логично его излагает в устной или письменной форме. При этом знает рекомендованную литературу, проявляет творческий подход в ответах на вопросы и правильно обосновывает принятые решения, хорошо владеет умениями и навыками при выполнении практических задач.
хорошо (4)	Студент знает программный материал, грамотно и по сути излагает его в устной или письменной форме, допуская незначительные неточности в утверждениях, трактовках, определениях и категориях или незначительное количество ошибок. При этом владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических задач.
удовлетворительно (3)	Студент знает только основной программный материал, допускает неточности, недостаточно чёткие формулировки, непоследовательность в ответах, излагаемых в устной или письменной форме. При этом недостаточно владеет умениями и навыками при выполнении практических задач. Допускает до 30% ошибок в излагаемых ответах.
неудовлетворительно (2)	Студент не знает значительной части программного материала. При этом допускает принципиальные ошибки в доказательствах, в трактовке понятий и категорий, проявляет низкую культуру знаний, не владеет основными умениями и навыками при выполнении практических задач. Студент отказывается от ответов на дополнительные вопросы

Лист изменений и дополнений

№ п/п	Виды дополнений и изменений	Дата и номер протокола заседания кафедры (кафедр), на котором были рассмотрены и одобрены изменения и дополнения	Подпись (с расшифровкой) заведующего кафедрой (заведующих кафедрами)

Экспертное заключение

Представленный фонд оценочных средств (далее – ФОС) по дисциплине «Теория функций комплексного переменного» соответствует требованиям ФГОС ВО.

Предлагаемые формы и средства текущего и промежуточного контроля адекватны целям и задачам реализации основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины представлены в полном объеме.

Виды оценочных средств, включенные в представленный фонд, отвечают основным принципам формирования ФОС.

Разработанный и представленный для экспертизы фонд оценочных средств рекомендуется к использованию в процессе подготовки обучающихся по указанному направлению.

Председатель учебно-методической
комиссии факультета компьютерных
систем и информационных
технологий



Ветрова Н. Н.