

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ ВЛАДИМИРА ДАЛЯ»

Факультет компьютерных систем и информационных технологий

Кафедра прикладной математики



УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета компьютерных
систем и информационных технологий

Кочевский А. А.

« 20 » апреля 2023 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по учебной дисциплине

«Алгебра и геометрия»

01.03.02. Прикладная математика и информатика

«Математическое и программное обеспечение вычислительных машин и
компьютерных сетей»

Разработчик:

доцент  Чалая Е. Ю.

ФОС рассмотрен и одобрен на заседании кафедры прикладной математики
от 18 апреля 2023 г., протокол № 10

Заведующий кафедрой  Малый В. В.

Луганск 2023 г.

**Паспорт
фонда оценочных средств по учебной дисциплине
«Алгебра и геометрия»**

**Перечень компетенций (элементов компетенций),
формируемых в результате освоения учебной дисциплины**

№ п/п	Код контролируемой компетенции	Формулировка контролируемой компетенции	Контролируемые темы учебной дисциплины	Этапы формирования (семестр изучения)
1	УК-6	способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни;	Тема 1. Линейная и векторная алгебра Тема 2. Аналитическая геометрия	начальный (1)
			Тема 3. Теория групп, колец, полей Тема 4. Линейные пространства	начальный (2)
2	ОПК-1	способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.	Тема 1. Линейная и векторная алгебра Тема 2. Аналитическая геометрия	начальный (1)
			Тема 3. Теория групп, колец, полей Тема 4. Линейные пространства	начальный (2)

**Показатели и критерии оценивания компетенций,
описание шкал оценивания**

№ п/п	Код контролируем ой компетенции	Показатель оценивания (знания, умения, навыки)	Контролируемые темы учебной дисциплины	Наименование оценочного средства
1	УК-6	Знать: основные теоретические положения линейной алгебры, аналитической геометрии, векторной алгебры; основные алгоритмы решения типовых алгебраических задач; Уметь: использовать методы линейной алгебры, аналитической геометрии, векторной алгебры для анализа и моделирования реальных процессов в условиях профессиональной деятельности; решать типовые задачи;	Тема 1. Тема 2. Тема 3. Тема 4.	Фронтальные и индивидуальные опросы; контрольные работы; индивидуальные задания, промежуточная аттестация (экзамен)

		обоснованно выбирать и применять алгоритм решения задачи; обращаться к информационным системам (Интернет, справочная и другая математическая литература) для пополнения и уточнения математических знаний; Владеть: математическими понятиями и символами для выражения количественных и качественных отношений, математическими методами и алгоритмами в приложениях к IT наукам.		
2	ОПК-1	Знать: основные теоретические положения линейной алгебры, аналитической геометрии, векторной алгебры; основные алгоритмы решения типовых алгебраических задач; Уметь: использовать методы линейной алгебры, аналитической геометрии, векторной алгебры для анализа и моделирования реальных процессов в условиях профессиональной деятельности; решать типовые задачи; обоснованно выбирать и применять алгоритм решения задачи; обращаться к информационным системам (Интернет, справочная и другая математическая литература) для пополнения и уточнения математических знаний; Владеть: математическими понятиями и символами для выражения количественных и качественных отношений, математическими методами и алгоритмами в приложениях к IT наукам.	Тема 1. Тема 2. Тема 3. Тема 4.	Фронтальные и индивидуальные опросы; контрольные работы; индивидуальные задания, промежуточная аттестация (экзамен)

Фонды оценочных средств по дисциплине «Алгебра и геометрия»

Вопросы для фронтальных и индивидуальных опросов:

Семестр 1

Тема 1. Линейная и векторная алгебра

1. Понятие системы линейных алгебраических уравнений.
2. Какие системы линейных алгебраических уравнений называются определенными, неопределенными, несовместными?
3. Графические интерпретации для систем второго порядка.
4. Равносильные системы линейных алгебраических уравнений.
5. Что такое матрица? Виды матриц.
6. Операции над матрицами, их свойства.
7. Правило умножения матриц.
8. Элементарные преобразования над системами линейных уравнений.
9. Какие системы называются эквивалентными?
10. Определители 2-го и 3-го порядка.
11. Решение определенных систем линейных уравнений методом Крамера.
12. Метод Крамера для случая, когда определитель основной матрицы системы равен нулю?
13. Понятие перестановки. Основные определения и свойства.
14. Понятие подстановки. Основные определения, операции и свойства.
15. Понятие определителя n -го порядка. Частные случаи.
16. Свойства определителя.
17. Миноры и алгебраические дополнения.
18. Теорема Лапласа о разложении определителя по элементам строки или столбца.
19. Рациональные способы вычисления определителей высшего порядка.
20. Приведение матрицы к ступенчатому виду.
21. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса.
22. Исследование систем с помощью алгоритма Гаусса. Как узнать, что система определенная, неопределенная, несовместная?
23. Понятие многомерного вектора. Примеры. Координаты вектора.
24. Линейные операции над n -мерными векторами. Свойства операций.
25. Понятие n -мерного векторного пространства. Аксиомы.
26. Что называется линейной комбинацией векторов?
27. Понятие линейной зависимости и независимости систем векторов.
28. Свойства линейно зависимых и независимых систем векторов.
29. Максимальные линейно независимые системы векторов.
30. Базис и размерность векторного пространства.

31. Координаты вектора относительно базиса.
32. Ранг конечной системы векторов.
33. Изоморфизм векторных пространств.
34. Строчечный и столбцовый ранги матрицы.
35. Вычисление ранга матрицы с помощью элементарных преобразований.
36. Вычисление ранга матрицы методом окаймляющих миноров.
37. Понятие обратной матрицы. Основные определения и свойства.
38. Теоремы об обратной матрице.
39. Условие обратимости матрицы.
40. Способы нахождения обратной матрицы.
41. Запись и решение системы линейных алгебраических уравнений в матричной форме.
42. Критерий совместности произвольной системы линейных уравнений.
43. Решение произвольной совместной системы линейных уравнений. Общее и частное решение.
44. Обобщенное правило Крамера.
45. Пространство решений однородной системы линейных уравнений. Фундаментальные решения.
46. Геометрический вектор. Координаты вектора. Длина вектора. Орт вектора. Угол между векторами.
47. Операции над векторами в алгебраической и геометрической форме.
48. Ортонормированный базис. Разложение вектора по базису.
49. Понятие коллинеарных, компланарных векторов.
50. Условия коллинеарности и компланарности векторов.
51. Проекция вектора на ось и ее свойства.
52. Скалярное произведение векторов. Определение, свойства и приложения.
53. Векторное произведение векторов. Определение, свойства, приложения.
54. Смешанное произведение векторов. Определение, свойства, приложения.

Тема 2. Аналитическая геометрия

55. Уравнение линии на плоскости. Теорема об инвариантности порядка алгебраической линии.
56. Общее уравнение прямой на плоскости. Геометрический смысл коэффициентов. Сопутствующие векторы для прямой на плоскости.
57. Основные способы задания прямой на плоскости.
58. Взаимное расположение прямых на плоскости. Условия их параллельности и перпендикулярности. Угол между прямыми.
59. Расстояние от точки до прямой.

60. Понятие об уравнении поверхности в пространстве. Теорема об инвариантности порядка алгебраической поверхности. Алгебраическая поверхность первой степени.

61. Основные способы задания плоскости в пространстве.

62. Неполные уравнения плоскости.

63. Расстояние от точки до плоскости.

64. Взаимное расположение плоскостей в пространстве. Условия их параллельности и перпендикулярности. Угол между двумя плоскостями.

65. Способы задания прямой в пространстве.

66. Переход от общего уравнения прямой в пространстве к каноническому уравнению.

67. Условия параллельности и перпендикулярности прямых в пространстве.

68. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.

69. Общее уравнение кривой второго порядка.

70. Определение эллипса. Каноническое уравнение. Параметры.

71. Характеристическое свойство эллипса.

72. Способы построения эллипса.

73. Окружность, как частный случай эллипса. Уравнение окружности.

74. Определение гиперболы. Каноническое уравнение. Параметры.

75. Характеристическое свойство гиперболы.

76. Определение параболы. Каноническое уравнение. Параметры.

77. Оптические свойства кривых второго порядка.

78. Вырожденные и невырожденные кривые второго порядка.

79. Определение поверхности второго порядка.

80. Цилиндрические поверхности. Виды, уравнения, свойства.

81. Определение поверхности вращения.

82. Сфера. Уравнение, геометрические свойства.

83. Эллипсоид. Каноническое уравнение, геометрические свойства.

84. Гиперболоиды. Виды. Канонические уравнения, геометрические свойства.

85. Параболоиды. Виды. Канонические уравнения, геометрические свойства.

86. Конические поверхности. Уравнение, геометрические свойства.

87. Исследование форм поверхностей методом сечений.

88. Полярные координаты на плоскости.

89. Цилиндрические и сферические координаты в пространстве.

Семестр 2

Тема 3. Теория групп, колец, полей

90. Понятие алгебраической операции. Виды и свойства операций.

91. Нейтральные и симметричные элементы.

92. Аддитивная и мультипликативная форма записи бинарных операций.

93. Определение группы. Примеры.

94. Простейшие свойства групп.
95. Понятие изоморфизма групп.
96. Определение кольца. Примеры.
97. Простейшие свойства кольца.
98. Изоморфизм колец.
99. Определение поля. Свойства. Примеры.
100. Почему множество целых чисел с операциями сложения и умножения образует кольцо, а не поле?
101. Отношение делимости в кольце целых чисел.
102. Простейшие свойства отношения делимости.
103. Простые и составные числа. Свойства простых чисел.
104. Разложение целых чисел на простые множители.
105. Является ли множество простых чисел бесконечным?
106. Способы нахождения простых чисел в данном промежутке.
107. Теорема о делении с остатком.
108. Что называется наибольшим общим делителем целых чисел?
109. Свойства НОД.
110. Алгоритм Евклида для нахождения НОД целых чисел.
111. Линейное представление НОД целых чисел.
112. Взаимно простые числа и их свойства.
113. Что называется наименьшим общим кратным целых чисел?
114. Свойства НОК и способы вычисления.
115. Понятие многочлена. Операции над многочленами. Корень многочлена.
116. Почему множество многочленов с операциями сложения и умножения образует кольцо, а не поле?
117. Теорема о делении с остатком для многочленов. Свойства отношения делимости в кольце многочленов.
118. Понятие приводимости многочлена над числовым полем.
119. Каноническое разложение многочлена.
120. Определения НОД и НОК многочленов.
121. Алгоритм Евклида для нахождения НОД многочленов. Свойства НОД многочленов.
122. Линейное представление НОД многочленов.
123. Целые корни многочлена.
124. Теорема Безу и следствия из нее.
125. Деление многочлена на двучлен.
126. Схема Горнера. Алгоритм деления. Возможности и ограничения.
127. Кратные корни многочлена.
128. Основная теорема алгебры и следствия из нее.
129. Способы разложения многочлена на множители.
130. Рациональные числа с операциями сложения и умножения образуют кольцо или поле?
131. Рациональные корни многочлена.
132. Алгоритмы определения рациональных корней.

133. Критерий Эйзенштейна неприводимости многочлена над полем рациональных чисел.
134. Поле действительных чисел.
135. Понятие отделения действительных корней.
136. Определение системы Штурма. Число перемен знаков.
137. Отделение действительных корней многочлена методом Штурма.
138. Приближенные методы нахождения действительных корней многочлена (методы хорд и касательных).
139. Понятие комплексного числа. Примеры.
140. Операции над комплексными числами в алгебраической форме. Свойства операций.
141. Изображение комплексных чисел на плоскости.
142. Тригонометрическая форма комплексного числа. Модуль и аргумент комплексного числа.
143. Операции над комплексными числами в тригонометрической форме. Формула Муавра.
144. Извлечение корня произвольной степени из комплексного числа.
145. Построение поля комплексных чисел.
146. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел.
147. Формулы Виета для многочленов в поле комплексных чисел.
148. Многочлены с действительными коэффициентами.
149. Решение квадратных уравнений с произвольными коэффициентами.
150. Формулы Кардано для решения уравнений третьей степени с произвольными коэффициентами.
151. Схема решения неполного кубического уравнения.
152. Метод Феррари для решения уравнений четвертой степени.

Тема 4. Линейные пространства

153. Аксиомы линейного пространства.
154. Подпространства. Сумма и пересечение подпространств.
155. Изоморфизм линейных пространств.
156. Базис и размерность пространства.
157. Ядро линейного преобразования.
158. Невырожденные линейные преобразования.
159. Матрица перехода от одного базиса к другому.
160. Преобразование координат при смене базиса.
161. Понятие линейного оператора. Примеры.
162. Матрица линейного оператора.
163. Матрица линейного оператора в различных базисах.
164. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
165. Линейные операторы с простым спектром.
166. Условие существования диагональной формы матрицы линейного оператора.
167. Определение скалярного произведения в линейном пространстве.

168. Определение Эвклидова пространства.
 169. Как в Эвклидовом пространстве определяется длина вектора, угол между векторами?
 170. Неравенство Коши-Буняковского.
 171. Ортогональность векторов Эвклидова пространства.
 172. Теорема об изоморфизме евклидовых пространств одинаковой размерности.
 173. Процесс ортогонализации системы векторов.
 174. Ортогональная проекция и ортогональная составляющая вектора.
 175. Ортонормированные системы векторов.
 176. Алгебраические числа.
 177. Строение простого алгебраического расширения.
 178. Расширения полей.

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «фронтальный и индивидуальный опрос»

Шкала оценивания	Критерий оценивания
отлично (5)	Студент глубоко и в полном объёме владеет программным материалом. Грамотно, исчерпывающе и логично его излагает в устной или письменной форме. При этом знает рекомендованную литературу, проявляет творческий подход в ответах на вопросы и правильно обосновывает принятые решения, хорошо владеет умениями и навыками при выполнении практических задач.
хорошо (4)	Студент знает программный материал, грамотно и по сути излагает его в устной или письменной форме, допуская незначительные неточности в утверждениях, трактовках, определениях и категориях или незначительное количество ошибок. При этом владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических задач.
удовлетворительно (3)	Студент знает только основной программный материал, допускает неточности, недостаточно чёткие формулировки, непоследовательность в ответах, излагаемых в устной или письменной форме. При этом недостаточно владеет умениями и навыками при выполнении практических задач. Допускает до 30% ошибок в излагаемых ответах.
неудовлетворительно (2)	Студент не знает значительной части программного материала. При этом допускает принципиальные ошибки в доказательствах, в трактовке понятий и категорий, проявляет низкую культуру знаний, не владеет основными умениями и навыками при выполнении практических задач. Студент отказывается от ответов на дополнительные вопросы

Контрольные работы:

Типовые варианты контрольных работ

Семестр I

Тема 1. Линейная и векторная алгебра

Вариант 1

1) Вычислить определитель: $\Delta_1 = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 2 & 2 \\ 4 & 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$

2) Решить систему линейных уравнений методом Крамера:
$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 11 \\ 4x_1 - x_2 + 4x_3 = -10 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 9 \end{cases}$$

3) Решить систему линейных уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 12, \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 0, \\ 5x_1 + 2x_2 + x_3 - 2x_4 = 12, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 = -2. \end{cases}$$

4) Найти произведение двух подстановок и чётность результирующей подстановки:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 5 & 4 \\ 2 & 5 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 & 1 & 5 \\ 2 & 3 & 5 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 2

1) Вычислить определитель: $\Delta_1 = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 5 & 10 \\ 2 & 3 & 3 & 10 \\ 3 & 2 & 6 & 10 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{vmatrix}$

2) Решить систему линейных уравнений методом Крамера:
$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 10 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 7 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 1 \end{cases}$$

3) Решить систему линейных уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - 5x_3 + 2x_4 = -10, \\ 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 4, \\ 4x_1 - 5x_2 - 23x_3 + 16x_4 = 16, \\ 7x_1 + 2x_2 + x_3 - 13x_4 = 16. \end{cases}$$

4) Найти произведение двух подстановок и чётность результирующей подстановки:

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 5 & 4 \\ 2 & 5 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 5 & 4 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 5 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Тема 2. Аналитическая геометрия

Вариант 1

- 1) Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(1,2,3)$ перпендикулярно плоскости $3x - 4y + z = 0$.
- 2) Через точку пересечения прямых $4x + y - 13 = 0$ и $8x - 3y - 1 = 0$ провести прямую, параллельную прямой $3x + 4y - 5 = 0$.
- 3) Найти уравнение плоскости, проходящей через параллельные прямые $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-5} = \frac{z+1}{4}$ и $\frac{x}{3} = \frac{y-1}{-5} = \frac{z+2}{4}$.
- 4) Определить тип и построить кривую второго порядка: $4x^2 + 9y^2 - 40x + 36y + 100 = 0$

Вариант 2

- 1) Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(0,0,3)$ перпендикулярно каждому из векторов $\vec{c}(1,2,1)$ и $\vec{b}(2,0,3)$.
- 2) Найти расстояние между параллельными прямыми $5x - 3y + 4 = 0$ и $10x - 6y - 1 = 0$.
- 3) Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую $\frac{x+5}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{4}$ параллельно плоскости $x + y - z + 15 = 0$.
- 4) Определить тип и построить кривую второго порядка: $9x^2 - 16y^2 - 54x - 64y - 127 = 0$

Семестр 2

Тема 3. Теория групп, колец, полей

Вариант 1

1. Доказать, что множество чисел вида $a + b\sqrt{3}$, где a, b – рациональные числа, является полем относительно операций сложения и умножения чисел.
2. Вычислить НОД и НОК чисел 2675 и 112.
3. Найти все простые числа в промежутке от 333 до 357.
4. Проверить свойства операций умножения и деления натуральных чисел.

Вариант 2

1. Доказать, что множество всех матриц вида $\begin{pmatrix} a & b \\ 3b & a \end{pmatrix}$ с рациональными a, b относительно операций сложения и умножения матриц является полем.
2. Вычислить НОД чисел 1164, -120, 243.
3. Найти все простые числа в промежутке от 253 до 277.
4. Проверить свойства операций деления и умножения рациональных чисел.

Тема 4. Линейные пространства

Вариант 1

- $a = \{1, 4, 6\},$
 $b = \{1, -1, 1\},$
 $c = \{1, 1, 1\}.$
- Исследовать систему векторов на линейную зависимость
 - Вектор x базисе (e_1, e_2, e_3) имеет координаты $x = \{6, -1, 3\}$. Найти его координаты в базисе (e_1', e_2', e_3') :

$$\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 + 2e_3, \\ e_2' = 2e_1 - e_2, \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$
 - Найти собственные векторы и собственные значения линейного оператора, заданного матрицей:

$$\begin{pmatrix} 4 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}.$$
 - Дополнить данную систему векторов до ортогонального базиса:

$$\begin{aligned} \overline{a_1} &= \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right) \\ \overline{a_2} &= \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right) \end{aligned}$$

Вариант 2

- $a = \{2, -3, 1\},$
 $b = \{3, -1, 5\},$
 $c = \{1, -4, 3\}.$
- Исследовать систему векторов на линейную зависимость
 - Вектор x в базисе (e_1, e_2, e_3) имеет координаты $x = \{1, 2, 4\}$. Найти его координаты в базисе (e_1', e_2', e_3') :

$$\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 + 3e_3, \\ e_2' = \frac{3}{2}e_1 - e_2, \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$
 - Найти собственные векторы и собственные значения линейного оператора, заданного матрицей:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$
 - Дополнить данную систему векторов до ортонормированного базиса:

$$\begin{aligned} \overline{a_1} &= \left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3} \right) \\ \overline{a_2} &= \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{2}{3} \right). \end{aligned}$$

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «контрольная работа»

Шкала оценивания	Критерий оценивания
5	Контрольная работа выполнена на высоком уровне (правильные ответы даны на 90-100% вопросов/задач)
4	Контрольная работа выполнена на среднем уровне (правильные ответы даны на 75-89% вопросов/задач)
3	Контрольная работа выполнена на низком уровне (правильные ответы даны на 50-74% вопросов/задач)
2	Контрольная работа выполнена на неудовлетворительном уровне (правильные ответы даны менее чем на 50%)

Варианты индивидуальных заданий:

Типовые варианты индивидуальных заданий

Семестр I

Тема №1. Линейная и векторная алгебра

1. Исследовать и решить системы линейных уравнений методами Гаусса, Крамера и средствами матричного исчисления

(m – номер Вашего варианта):

$$\text{а) } \begin{cases} x + 3y + 2z = 2m - 1, \\ 2x + y + z = m + 3, \\ 3x + 2y + 2z = 2m + 4. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} mx_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = m + 2, \\ mx_1 + 3x_2 + x_4 = m - 1, \\ 2mx_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 2m + 3, \\ mx_1 + 5x_2 + x_3 + 2x_4 = m. \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = m, \\ 4x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 2m - 1, \\ 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 - x_4 = m + 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 2x_4 = m - 2. \end{cases}$$

2. Исследовать систему и, если она совместна, найти все решения:

$$\text{а) } \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 = m + 2, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = m + 4, \\ 4x_1 + 7x_2 + 3x_3 - x_4 = 2m + 2, \\ 2x_1 + 5x_2 + x_4 = m - 2. \end{cases}$$

(найти частное решение при $x_3 = m$, $x_4 = m - 1$).

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 2x_5 = 4m + 1, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 - x_4 + 2x_5 = m, \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 3x_4 - 2x_5 = m - 3, \\ 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 - 4x_5 = -6m - 5, \\ 5x_1 + 2x_2 + 12x_3 + 4x_4 + 2x_5 = 6m - 2. \end{cases}$$

(найти частное решение при $x_3 = m$, $x_4 = m - 1$).

$$\text{в) } \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = m + 4, \\ 4x_1 + 7x_2 + 3x_3 - x_4 = 2m + 1, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 = m + 2. \end{cases}$$

1. Даны две координаты вектора: $x = 6t$, $y = -3t$. Найти его третью координату, при условии, что длина вектора равна $7t$.
2. Даны точки: $A(-t+1; t+2; 3t)$, $B(t+1; -t+2; 2t)$, $C(2t+3; -3t+1; t-1)$, $D(-4t+3; 3t+1; 4t-1)$. Показать, что векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$ коллинеарны; установить какой из них длиннее и во сколько раз; как они направлены – в одну сторону или в противоположные.
3. Даны вершины треугольника $A(3t; 2t; -3t)$, $B(5t; t; -t)$, $C(t; -2t; t)$. Найти длины сторон и внешний угол при вершине A .
4. Даны точки: $A(2; 1; 1)$, $B(3t+2; 2t+1; 2t+1)$, $C(4; 3; 2)$, $D(-1; 3; 3)$. Найти:
 - а) площадь треугольника ABC ;
 - б) длину высоты, опущенной из вершины B (в $\triangle ABC$);
 - в) объем пирамиды $ABCD$;
 - г) высоту пирамиды, опущенной из вершины D .
5. Даны точки: $A(-2t+1; t+2; -3t-1)$, $B(3t+1; 3t+2; 2t-1)$, $C(-t+3; 2t-1; t)$, $D(t+3; t-1; 3t)$. Вычислить проекцию вектора $\overrightarrow{AB}$ на ось вектора $\overrightarrow{CD}$.
6. Даны точки $A(t; 2t; 0)$, $B(3t; 0; -3t)$ и $C(5t; 2t; 6t)$. Вычислить площадь треугольника ABC .
7. Вектор $\vec{x}$, перпендикулярный векторам $\vec{a}(4; -2; -3)$ и $\vec{b}(0; t; 3t)$, образует с осью oy тупой угол. Зная, что длина вектора $\vec{x}$ равна $26t$, найти его координаты.
8. Вычислить синус угла, образованного векторами $\vec{a}(2t; -2t; t)$ и $\vec{b}(2; 3; 6)$.
9. Установить компланарны ли векторы:
 - а) $\vec{a}(2t; 3t; -t)$, $\vec{b}(1; -1; 3)$, $\vec{c}(1; 9; -11)$;
 - б) $\vec{a}(2; -1; 2)$, $\vec{b}(t; 2t; -3t)$, $\vec{c}(3; -4; 7)$.

Тема № 2. Аналитическая геометрия

(t – номер Вашего варианта)

1. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(2t; -t; 3t)$ и $M_2(3t; t; 2t)$ параллельно вектору $\vec{a}(3; -1; 4)$.
2. Прямая в пространстве задана пересечением плоскостей:

$$\begin{cases} 2x - y + 2z + 2t - 3 = 0, \\ (2t-1)x + (2t+3)y - 6z - 10t + 9 = 0. \end{cases}$$
 Найти уравнение этой прямой в каноническом и параметрическом виде.
3. Найти расстояние от точки $M(3; -3; t+3)$ до плоскости $x - 2y + 2z - 2t + 3 = 0$.
4. Найти расстояние от точки $M(2t; -2t; 2t)$ до плоскости, проходящей через точки $A(1; 1; t)$, $B(2; 3; t+2)$, $C(3; 1; t-4)$.
5. Найти точку пересечения прямой $\frac{x-3}{-4} = \frac{y-5}{-4} = \frac{z+2}{t+2}$ и плоскости

$$x - 2y + 2z - 2m + 3 = 0.$$

6. Дана точка $M(1; -3; m+4)$ и плоскость $x - 2y + 2z - 2m + 3 = 0$. Найти точку, симметричную точке M относительно данной плоскости.

7. Дана прямая $\frac{x-1}{2} = \frac{y-4}{3} = \frac{z-m-2}{2}$ и точка $M(1; -3; m+4)$. Найти точку, симметричную точке M относительно прямой.

8. Найти расстояние от точки $M(4; 5; m-2)$ до прямой $\frac{x-2}{-4} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-m-2}{-1}$.

9. Даны две прямые $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-m-2}{-2}$ и $\frac{x+2}{3} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z-m+1}{1}$. Доказать, что эти прямые пересекаются. Найти точку пересечения этих прямых и уравнение плоскости, проходящей через эти прямые.

10. Дана точка $M(1; 7; m+6)$ и две прямые $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-m+1}{2}$ и $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-m+2}{-2}$. Провести через точку M прямую, пересекающую две данные прямые и найти их точки пересечения.

11. Даны плоскость $x - 2y - 2z + 2m + 3 = 0$, прямая $\frac{x+2}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-m+6}{1}$ и точка $M(2; 1; m-3)$. Найти уравнение прямой, проходящей через точку M параллельно заданной плоскости так, чтобы она пересекала данную прямую и найти эту точку пересечения.

12. На плоскости $x + 2y - z + m = 0$ найти такую точку P , сумма расстояний которой до точек $A(5; 5; m-3)$ и $M(1; -3; m+1)$ была бы наименьшей.

13. Даны прямые $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-m}{-2}$ и $\frac{x-1}{-3} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-m+6}{2}$. Доказать, что эти прямые скрещивающиеся, найти расстояние между ними, уравнение общего перпендикуляра и точки пересечения этого перпендикуляра с прямыми.

Семестр 2

Тема № 2. Теория групп, колец, полей

Вариант 1

1. Изобразить на комплексной плоскости множество точек x , удовлетворяющих условиям: $1 \leq |x| \leq 2$; $0 \leq \arg x \leq \pi/2$.

2. Найти: а) $\sqrt[6]{1}$; б) $\sqrt[3]{-8}$; в) $\sqrt{-5-12i}$; г) $\left(\frac{3-i}{1-2i}\right)^{10}$; д) $\sqrt{2i}$.

3. Решить квадратное уравнение: $x^2 - (3+3i)x + 5i = 0$.

4. Разложить многочлены на множители: $x^7 + 2x^6 - 5x^5 - 13x^4 - 13x^3 - 5x^2 + 2x + 1$, $2x^3 - 3x^2 + 5x - 14$, $x^4 - 2x^3 - 8x^2 + 13x - 24$.

5. Найти x , проводя вычисления в тригонометрической форме:

$$(2 + 2i)^{20} x^5 = (1 + i\sqrt{3})^{10}.$$

6. Для данных многочленов найти НОД, НОК и линейное представление НОД: $x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6$ и $x^3 - x^2 - 9x + 9$.

7. Для данного многочлена $f(x)$ и числа a найти: а) значение многочлена в точке a , б) разложение многочлена $f(x)$ по степеням разности $x - a$ и суммы $x + a$, если $a = 3$, $f(x) = 7x^5 - x^4 + 6x^3 + 3x^2 - 7$.

8. Отделить действительные корни многочлена: $x^3 - 2x + 2$.

9. Вычислить действительные корни многочлена из задания номер 8 с точностью до 0,001, применяя комбинированный метод хорд и касательных.

10. Решить уравнения: $x^4 - 15x^2 - 10x + 24 = 0$, $x^3 - 12x + 16 = 0$.

11. Выполнить действия и результат представить в тригонометрической форме: $\frac{3+3i}{1+i^{15}} + \frac{1+2i}{i^9}$.

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «индивидуальные задания»

Шкала оценивания (интервал баллов)	Критерий оценивания
Зачтено	Правильно решены 90-100% заданий
Не зачтено	Правильно решены менее 90% заданий

Оценочные средства для промежуточной аттестации (экзамен)

Типовые экзаменационные билеты

Семестр 1

ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. В. ДАЛЯ

Кафедра прикладной математики

Факультет: КСИТ

Дисциплина: Алгебра и геометрия

Семестр 1

СК 1

Билет №1

1. Алгебра матриц. Операции над матрицами, их свойства. Условие существования обратной матрицы, её нахождение. Решение систем линейных уравнений матричным методом. 1 балл
2. Доказать, что векторы $\vec{a}(5,4,3)$, $\vec{b}(3,3,2)$, $\vec{c}(8,1,3)$ линейно зависимы. 1 балл
3. Составить уравнение плоскости, проходящей через две пересекающиеся прямые $\frac{x-3}{5} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{4}$ и $\frac{x-8}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-6}{-2}$. 1 балл
4. Исследовать на совместность систему и решить в случае совместности:
$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 0 \\ 5x_1 + 3x_2 + 8x_3 + x_4 = 1 \end{cases}$$
 1 балл
5. Установить тип кривой, ее характеристики и построить:
 $16x^2 + 64x - 9y^2 + 54y - 161 = 0$. 1 балл

Утверждено на заседании кафедры ПМ, протокол № от

201 г.

Заведующий
кафедрой

доц. Малый В.В.

Лектор

Чалая Е.Ю.

Семестр 2

ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. В. ДАЛЯ

Кафедра прикладной математики

Факультет: *КСИТ*

Дисциплина: *Алгебра и геометрия*

Семестр 2

СК 2

Билет №1

1. Определение алгебраической операции, полугруппы, группы. *1 балл*
Изоморфизм групп. Примеры.
2. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. *1 балл*
3. Найти НОД и НОК чисел 529, 1541, 1817. *1 балл*
4. Найти рациональные корни многочлена: $g(x) = 3x^6 - 5x^4 - 10x^3 - 8x^2 + x - 2$. *1 балл*
5. Выполнить действия: $\sqrt{3-4i}$; $\left(\frac{1-5i}{2+3i}\right)^{16}$ *1 балл*

Утверждено на заседании кафедры ПМ, протокол № от 201 г.

Заведующий
кафедрой

доц. Малый В.В.

Лектор

Чалая Е.Ю.

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству промежуточный контроль (экзамен)

Шкала оценивания	Критерий оценивания
отлично (5)	Студент глубоко и в полном объёме владеет программным материалом. Грамотно, исчерпывающе и логично его излагает в устной или письменной форме. При этом знает рекомендованную литературу, проявляет творческий подход в ответах на вопросы и правильно обосновывает принятые решения, хорошо владеет умениями и навыками при выполнении практических задач.
хорошо (4)	Студент знает программный материал, грамотно и по сути излагает его в устной или письменной форме, допуская незначительные неточности в утверждениях, трактовках, определениях и категориях или незначительное количество ошибок. При этом владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических задач.
удовлетворительно (3)	Студент знает только основной программный материал, допускает неточности, недостаточно чёткие формулировки, непоследовательность в ответах, излагаемых в устной или письменной форме. При этом недостаточно владеет умениями и навыками при выполнении практических задач. Допускает до 30% ошибок в излагаемых ответах.
неудовлетворительно (2)	Студент не знает значительной части программного материала. При этом допускает принципиальные ошибки в доказательствах, в трактовке понятий и категорий, проявляет низкую культуру знаний, не владеет основными умениями и навыками при выполнении практических задач. Студент отказывается от ответов на дополнительные вопросы

Лист изменений и дополнений

№ п/п	Виды дополнений и изменений	Дата и номер протокола заседания кафедры (кафедр), на котором были рассмотрены и одобрены изменения и дополнения	Подпись (с расшифровкой) заведующего кафедрой (заведующих кафедрами)

Экспертное заключение

Представленный фонд оценочных средств (далее – ФОС) по дисциплине «Алгебра и геометрия» соответствует требованиям ФГОС ВО.

Предлагаемые формы и средства текущего и промежуточного контроля адекватны целям и задачам реализации основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 01.03.02. Прикладная математика и информатика.

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины представлены в полном объеме.

Виды оценочных средств, включенные в представленный фонд, отвечают основным принципам формирования ФОС.

Разработанный и представленный для экспертизы фонд оценочных средств рекомендуется к использованию в процессе подготовки обучающихся по указанному направлению.

Председатель учебно-методической
комиссии факультета компьютерных
систем и информационных
технологий



Ветрова Н. Н.